



TITLE:

弦の場の理論を構成する新しい方法について(Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

國友, 浩

---

CITATION:

國友, 浩. 弦の場の理論を構成する新しい方法について. 京都大学, 1989, 理学博士

ISSUE DATE:

1989-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k4174>

RIGHT:

---

学 位 申 請 論 文

---

---

国 友 浩

---

DEPARTMENT OF PHYSICS

KYOTO UNIVERSITY.

主論文

No. ....

弦の場の理論を構成する

新しい方法について

国友 浩

## 要約

二次元面の場の理論 (conformal field theory) に基づいて弦の場の理論を構成する新しい処法を与える。この方法は、conformal field theory に基づいていて、light-cone 型、Witten 型、どちらの型の場の理論にも適用できる一般的なものである。ここでは、具体的に、light-cone 型の共変な Boson 弦の場の理論の構成について議論する。そして、この処法が、確かに、以前与えた、HIKKO の弦の場の理論を再現することを示す。また、特に、3 弦相互作用 vertex に必要な ghost 因子が、この方法を用いると、相互作用点の ghost 座標の描像を、conformal な描像に引き戻すための、描像変換演算子として、自然に理解できることを示す。この方法で、構成された、相互作用 vertex が、BRV 不変性 (分配方則) を持つことが、改善された経路積分 (コシー積分) の方法で示される。このとき以前の方法では不明瞭であった、BRV charge の Regge 切片に対する条件  $\alpha_0 = 1$  が、正しく再現されることが明らかにされる。

## 目次

第1章	序論	10-31 1
第2章	conformal field theory の解説	7
2-1	弦の理論と conformal 対称性	7
2-2	conformal field theory	11
2-3	弦理論の ghost 系	17
2-4	ghost 系の真空の描像	21
第3章	弦の場の理論を構成する新しい方法	25
3-1	弦の場の理論	25
3-2	3 弦相互作用 vertex を構成する一般的方法	33
3-3	具体例: $D=1$ の描像の場合	52
3-4	自由項の構成について	58
第4章	相互作用 vertex の BRST 不変性	63
4-1	BRST 不変な vertex の唯一性	64
4-2	直接的な証明: 改善された経路積分の方法	69
第5章	結論	75

## Appendix

A 開弦の理論と conformal field theory

B  $X^\mu$  座標に対する Neumann 関数

C HIKKO の vertex との 同等性.

D 経路積分の評価

## 第1章 序論.

弦の理論, 特に超弦の理論は, 電磁相互作用, 強い相互作用, 弱い相互作用, として重力の4つの相互作用を統一する理論として, また, 別の意味では, 時空と物質を統一する理論として 現在, 最も有望視され, かつ勢力的に分析されている理論である。<sup>1)</sup>

弦の理論を定式化しようとする際には そのとらえ方において, 大まかに言て, 次の2つの方法がある。一つは, 弦の理論を, 弦が時間発展した際に張る二次元面(世界面)上の場の理論として 定式化する方法であり, もう一つは, 通常の場の理論を, 弦の生成・消滅を取り扱えるように拡張した, 弦の場の理論の方法である。前者の方法, 二次元面の場の理論の方法には, 大きく分けて, Polyakov による経路積分の方法<sup>2)</sup> と, Belavin-Polyakov-Zamolodchikov による導入<sup>3)</sup> Friedan-Martinec-Shenker による弦の理論として定式化された<sup>4)</sup> conformal field theory の方法とがある。これらの方法は, Riemann面の幾何学や, 無限次元群の表現論等の数学を用いることにより, 急速に発展し, 非常に美しい弦の理論の1つの定式化を与えた。特に, 上の論文で, 1つの道具立てとして, 用いられている conformal field theory の方法は, 二次元の conformal 不変性か無限次元の対称性であることを利用して, conformal 不変性を持つような,



2次元の場の理論を、非常にエレガントな方法で定式化したものであり、

実際に、弦の散乱振幅を計算しようとする際に強力な威力を発揮する。

しかし、これらの理論で計算できるのは、弦の on-shell での散乱振幅だけで

あり、有効ポテンシャルのような off-shell の量は計算できない。真空の安定性といった

ことが議論できない。また、本質的に2次元の理論なので、トポロジーの違う面、

例えば、弦の tree と 1-loop の散乱振幅をどのような重みで足したら

良いかを決定することができないという欠点がある。そのため、現在までの

ところ、これらの方法は、弦の基本理論というよりは、散乱振幅を計算する際の

一つの処法を与える理論である<sup>4)</sup>といった位置付けにあると思われる。

弦の理論のもう一つの定式化の方法は、弦の場の理論である。

弦の場の理論は、初め、Kaku-吉川<sup>5)</sup>において、非物理的な自由度を全て消去した

light-cone gauge の理論として定式化された。<sup>5)</sup> この理論は、通常の場の理論

におけるユニタリーゲージのように、非物理的な自由度を含まないために、ユニタリ

ティーの議論等には、見通しが良いが、反面、ローレンツ共変性が明白でない

ために、Heisenberg 表示での考察等、場の理論が本来威力を発揮するで

あると思われる問題を取り扱えないという欠点がある。...この欠点を克服した、



ローレンツ共変な弦の場の理論は、我々京都のグループ(畑, 伊藤, 丸後, 小川 として  
筆者, HIKKO)とWittenにより独立に(若干異なる方法で)定式化された。<sup>6, 7)</sup>これらの

理論では、ローレンツ共変性が明となり、その代償として、必然的に無限個の

非物理的な自由度を導入せざるを得なかったため、無限次元のゲージ不変性

を持つ理論として定式化されている。

弦の場の理論による定式化は、それ自身完全に閉じているために、弦の  
理論の基本的な定式化とすることはできる。また、これまで通常の場の理論に

おいて開発された、有効作用の方法等の様々な技巧を応用することも

できる等多くの長所がある。また原幾何学的な弦の場の理論として、

時空と物質を真の意味で統一した理論を構成することもできる可能性

をも持っている。<sup>8)</sup>しかし、その反面、理論の定式化の段階で、既にかなり複雑

であり、実際の散乱振幅の計算等には、不向きである。

以上に述べたように、弦理論を定式化するための2つの方法、

2次元面の理論の方法と、弦の場の理論の方法とには、それぞれ相補的

と言える長所と欠点とがあることがわかる。従って、今後、弦理論を定式化、

分析しようとする際には、これら2つの方法の長所を、場合により、うまく使い、

分けながら、進むのがより賢明な方法であると思われる。そのためには  
これら2つの方法が、どのように、互いに関係しているかを、厳密な意味で、はつきり  
させることが、非常に重要な問題となる。この論文では、conformal field  
theory と弦の場の理論との関係を明らかにする一つの試みとして、特に  
ghost 系の conformal field theory と、場の理論の構成に適した形で  
定式化し、これを用いて、弦の場の理論を構成する新しい方法を与える。

具体的に、論文の構成は、以下の通りである。

第2章では、conformal field theory について、特にこの論文で必要と  
なる程度の範囲に限って、簡単な解説を与える。ここで、以下の章で、重要となる、  
ghost の調和振動子の真空に関する描像、あるいは描像変換演算子といった  
概念が導入される。第3章では、前章で解説した、ghost 系の conformal  
field theory と、場の理論で用いられる複数の Fock 空間を用いる表式で、  
再定式化し、開弦の場の理論の最も重要な構成要素である、3つの開弦の相互作用  
vertex を構成する。更に、こうして得られた相互作用 vertex から BRS 不変な  
vertex を構成する方法が与えられる。また、こうして得られた相互作用項に、  
対応する自由項の構成の方法についても議論する。この章で与え

る全この処法は、前章で解説された、ghost 振動子の真空の描像について、  
全く一般のものであり、任意の描像の上で、相互作用 vertex を構成する  
ことができる。また、特に、HIKKO の用いたのと同じ描像を取ると、彼らの得た  
相互作用 vertex と同じものが得られることが示される。第4章では、前章で  
与えられた処法に基づいて任意の描像の ghost の真空の上で構成された、  
相互作用 vertex が、実際に BR<sub>S</sub> 不変性を持つことが、2つの独立な  
方法で示される。最初に、ghost 座標の“相互作用点に於ける描像”という  
概念を厳密な意味で定義することにより、相互作用 vertex その自体が、  
元の真空から Bogoliubov 変換により得られる真空であると解釈することができる  
ことができることを示す。このこと、真空の唯一性を用いて、Boson 的な弦の相互作用  
vertex は、どのような描像の ghost 真空を用いて構成しても、全く同じものを与える  
ことが示される。従って、前章で与えた処法は、全この ghost 真空の上で、HIKKO の  
BR<sub>S</sub> 不変な vertex を与えることが証明される。次の別の独立な方法として、  
参考文献 6) で HIKKO が用いた経路積分の方法をこの場合にも適用できる  
ように改善することにより、直接 vertex の BR<sub>S</sub> 不変性を証明する。この  
方法により、HIKKO の証明よりは明らかでなかった、切片パラメータに関する

条件  $\alpha(0)=1$  が、相互作用 vertex の BRS 不変性からも要求されることが、  
初めに明らかにされる。第5章は、結論に充てられる。<sup>\*</sup>

\* 第3章の内容は、末広-彦升との共同研究(参考文献9)をまとめたものである。

また、第4章の内容は、九後-志一郎、末広-彦升との共同研究(参考文献10)をまとめたものである。

## 第2章 conformal field theory の解説

この章では、Friedan-Martinec-Shenker による<sup>4)</sup> conformal field theory の弦の理論への応用について、簡単に解説する。

### 2-1. 弦の理論と conformal 対称性.

今、平坦な  $d$ -次元 Minkowski 空間の中を、自由に伝播している閉弦を  
考えよう。<sup>\*</sup>  $\Rightarrow$  弦の運動の軌跡は、 $d$ -次元空間内に、2次元の面(世界面)  
を張る。(図1)  $\Rightarrow$  この面は、2次元のパラメータ空間<sup>\*\*)</sup>  $(\sigma, \tau)$   $[-\pi \leq \sigma \leq \pi, -\infty < \tau < \infty]$

から  $d$ -次元時空への写像  $X^\mu(\sigma, \tau)$  ( $\mu=0, 1, \dots, d-1$ ) によって表される。 $\Rightarrow$  弦の  
運動は、この世界面の幾何学的な性質のみ依存し、そのパラメータの選択  
に依らないことは明らかである。弦の理論は、

2次元パラメータ空間での一般座標変換について、

不変な形で定式化されるであろうことが期待され

る。実際、補助場として、2次元空間の計量  $g_{ab}(\sigma, \tau)$

( $a, b=1, 2$ ,  $g = \det g_{ab}$ ) を導入するときに

よって、自由な弦の作用は、

<sup>\*</sup>)  $\Rightarrow$  これは、以下の議論を簡単にするために、閉弦の理論を考えるが、開弦の場合も、

全く同様の議論をすることはできる。これは、詳細は、Appendix A を見よ。

<sup>\*\*\*)</sup>  $\Rightarrow$  これは、2次元空間については、初めからコンクリート化して考える。

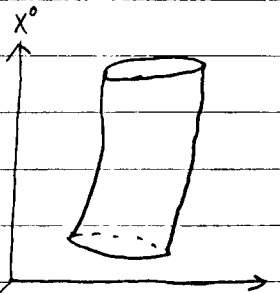


図1. 閉弦の描く世界面

$$S = \int d\tau \int d\sigma \sqrt{g} g^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X_\mu \quad (2-1-1)$$

で与えられる。<sup>11)</sup> のようにして、自由弦の理論は、場  $g_{ab}(\xi)$  と  $X^\mu(\xi)$  とで、定義

される2次元の場の理論となることがわかる。

22. この理論には、上で述べたように、2次元の一般座標変換不変性か

存在するが、これを量子化する際には、ゲージを固定しなくてはならない。 $\xi = \tau$

$\xi = \tau$  は所謂, conformal gauge

$$g_{ab} = e^\phi \delta_{ab} \quad (2-1-2)$$

を取ることを考える。 $\xi = \tau$ 、 $g_{ab}$  の独立な成分は、3つであるが、これに対して、一般座標

変換の自由度は2つであるが、ゲージ条件(2-1-2)は1つの任意関数  $\phi(\xi)$  を、

含んでいる。 $\xi = \tau$ 、計量  $g_{ab}$  は、無限小一般座標変換  $\xi^a = \xi^a + \epsilon^a(\xi)$  に対して、

$$\delta g_{ab} = -2\partial_a \epsilon^c g_{cb} - 2\partial_b \epsilon^c g_{ac} - \epsilon^c \partial_c g_{ab} \quad (2-1-3)$$

と変換する。 $\xi = \tau$ 、ゲージ条件(2-1-2)を代入すると

$$\delta g_{ab} = -(2\partial_a \epsilon_b + 2\partial_b \epsilon_a) e^\phi - \epsilon^c \partial_c \phi \cdot e^\phi \delta_{ab} \quad (2-1-4)$$

となるが、 $\epsilon^a(\xi)$  が、式

$$2\partial_a \epsilon_b + 2\partial_b \epsilon_a = f(\xi) \delta_{ab} \quad (2-1-5)$$

を満たすならば

$$\delta g_{ab} = -(f(\xi) + \epsilon^c \partial_c \phi) e^\phi \delta_{ab} \quad (2-1-6)$$

あるいは,

$$\begin{aligned} g'_{ab} &= g_{ab} + \delta g_{ab} \\ &= (1 - f(\xi) - \epsilon^c \partial_c \phi) e^\phi \delta_{ab} \equiv e^{\phi'} \delta_{ab} \end{aligned} \quad (2-1-7)$$

となつて、ゲージ条件を変えたり。即ち、この変換は、ゲージ固定後にも残る residual な対称性であることがわかる。ここで未定関数  $f(\xi)$  は、(2-1-5) 式の両辺のトレースを取ることにあつて、決まり、(2-1-5) 式は、

$$\partial_a \epsilon_b + \partial_b \epsilon_a = (\partial_c \epsilon^c) \delta_{ab} \quad (2-1-8)$$

と書くことができる。この式を満たすような  $\epsilon^a(\xi)$  を conformal キリニグベクトルという。

これにあつて引き起こされる座標変換を、conformal 変換という。弦理論 (の第一量子化)

において、この conformal 対称性が、弦の時間方向への振動モードのような

非物理的な状態の decoupling を保証するのであるが、これについての詳しい

議論は、他の文献<sup>(12,13)</sup>に譲るとして、ここでは、この conformal 対称性に

ついて、もう少し詳しく見てみることにしよう。

そのために、まず複素座標、 $p \equiv \xi^1 + i\xi^2$ ,  $\bar{p} \equiv \xi^1 - i\xi^2$  を導入する。

ここで変数  $p$  は、図 2 の領域で定義される複素変数である。



となり 方程式 (2-1-8) は

$$\begin{cases} \partial_{\bar{p}} \epsilon_p = 0 \\ \partial_p \epsilon_{\bar{p}} = 0 \end{cases} \quad (\epsilon_p = \epsilon_1 + i \epsilon_2) \quad (2-1-9)$$

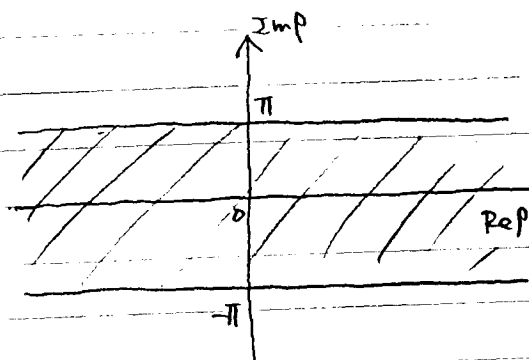


図2. 変数  $p$  の定義域の領域.

となる. あるいは, 更に,

$$z = e^p \quad (\bar{z} = e^{\bar{p}}) \quad (2-1-10)$$

で, 変数  $z, \bar{z}$  を定義すると, 二次元複素平面上的変数となり, (2-1-9) 式は

$$\begin{cases} \partial_{\bar{z}} \epsilon_z = 0 \\ \partial_z \epsilon_{\bar{z}} = 0 \end{cases} \quad (\epsilon_z = e^{-p} \epsilon_p, \epsilon_{\bar{z}} = e^{-\bar{p}} \epsilon_{\bar{p}}) \quad (2-1-11)$$

となり, conformal 変換は, 2次元複素平面上の正則 (反正則) 変換とみな

すことができる. また, この座標系では, ゲージ条件 (2-1-2) は

$$ds^2 = e^{\phi(z, \bar{z})} dz d\bar{z} \quad (2-1-12)$$

の形に表わすことができる.

以上の議論から明らかなように, 2次元の conformal 対称性は無限

次元の対称性となる. これは2次元の場合に特徴的な性質で, この無限次元

の対称性を持つ2次元の場の理論の一般的性質を定式化することが, 次節に

述べる conformal field theory である.

## 2-2 conformal field theory

conformal field theory とは、conformal 不変性を持つような 2次元の場の量子論を取り扱う理論である。ここでは、conformal 不変性が理論にどのような制限を与えるかを考えてみよう。

まず、conformal 不変性を持つような 2次元の場の理論があると仮定する。

つまり、2次元空間としては、conformal 変換で移れる空間であれば、どのような

空間上で考えても同じであるが、弦の理論との対応を考えると、最初に閉弦の

世界面 (シリンダー)  $(\sigma, \tau)$   $(-\infty \leq \sigma \leq \infty, -\pi \leq \tau \leq \pi)$  [あるいは  $(p, \bar{p})$   $(-\infty \leq p \leq \infty,$

$-\pi \leq \text{Im } p \leq \pi)$ ] 上での場の理論を考える。但し、全ての場の空間方向の境界 ( $\sigma = \pm \pi$

あるいは  $\text{Im } p = \pm \pi$ ) 上で周期的境界条件を満たすものと仮定する。そして、その後で、

複素平面 ( $z$ -平面) に移って考えることにする。

一般に、conformal 不変性の存在する理論<sup>\*</sup>) では、エネルギー運動量テンソルは、条件

$$\left\{ \begin{array}{ll} \partial_a T_{ab} = 0 & (\text{保存性}) \\ T_{aa} = 0 & (\text{トレース性}) \end{array} \right. \quad (2-2-1)$$

\*) 正確には、conformal 不変性の一部である並進不変性とスケール不変性の存在

ある理論

を満たす。これは  $\rho$  変数 ( $\rho = z' + i\bar{z}'$ ) で書くと、

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{\rho}} T_{\rho\rho} = 0 \\ \partial_{\rho} T_{\bar{\rho}\bar{\rho}} = 0 \\ T_{\rho\bar{\rho}} = 0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{\rho\rho} = T_{11} - T_{22} - 2i T_{12} \\ T_{\bar{\rho}\bar{\rho}} = T_{11} - T_{22} + 2i T_{12} \\ T_{\rho\bar{\rho}} = T_{11} + T_{22} \end{array} \right. \quad (2-2-2)$$

と書くことができる。即ち、トレースレス条件により、エネルギー-運動量テンソルの独立成分

は、 $T_{\rho\rho}$  と  $T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}$  の 2 つのみであり、保存性から  $T_{\rho\rho}$  は  $\rho$  のみの  $T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}$  は  $\bar{\rho}$  のみの

関数であることがわかる。

次に、今 全つの場合は境界  $\Im^2 = \pm\pi$  で周期的であると仮定しているのだ。

エネルギー-運動量テンソルを  $\Im^2$  について、フーリエ展開することができる。但し、

今、 $T_{\rho\rho}$  は  $\rho$  にしか依存しないことがわかっていいるのだ  $T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}$  は  $\bar{\rho}$  に

$$T_{\rho\rho}(\rho) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_n e^{n(z'+i\bar{z}')} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_n e^{n\rho} \quad (2-2-3)$$

という形に展開されるということがわかる。  $T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}$  も同様にして、

$$T_{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{\rho}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{L}_n e^{n\bar{\rho}} \quad (2-2-4)$$

のように展開される。但し、ここで  $L_n, \bar{L}_n$  は もはや時間には依らない

定数である。即ち、conformal 不変性を持つ理論には conformal

変換群が無限次元であることに対応して、無限個の保存 charge

$$\left\{ \begin{array}{l} L_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dz^2}{2\pi} e^{-n\sigma} T_{\sigma\sigma}(p) \\ \bar{L}_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dz^2}{2\pi} e^{-n\bar{\sigma}} T_{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}(\bar{p}) \end{array} \right. \quad (2-2-5)$$

が存在する。量子論では、これが conformal 変換の生成演算子となり\*)

Virasoro 演算子と呼ばれている。<sup>14)</sup> また、Virasoro 演算子  $L_n$  ( $\bar{L}_n$  にしても同じ)

は、conformal 変換の生成子であることから、

$$[L_n, L_m] = (n-m)L_{n+m} + \frac{c}{12}(n^3-n)\delta_{n+m,0} \quad (2-2-6)$$

を満たさなければならぬことがわかる。これを Virasoro 代数と呼ぶ。

==2) 右辺に現れる定数項は、無限次元代数に特徴的な項で、物理では、

Schwinger 項<sup>15)</sup>と呼ばれているもので、同一点での演算子の積が singular であるという量子論的な効果(anomaly)から来る項である。また  $c$  を central charge

という。

また、ここからは、複素平面  $z=e^{\sigma}$  に conformal 変換で移して考えることにしよう。すると、このとき、エネルギー-運動量テンソルに課する条件 (2-2-2) は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{z}} T_{zz} = 0 \\ \partial_z T_{\bar{z}\bar{z}} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{zz} = z^{-2} T_{\sigma\sigma} \\ T_{\bar{z}\bar{z}} = \bar{z}^{-2} T_{\bar{\sigma}\bar{\sigma}} \end{array} \right.$$

\*)一般に、 $L_n, \bar{L}_n$  が conformal 変換の生成演算子であることは conformal 変換の

一部である並進変換の生成演算子がエネルギー-運動量  $L_0, \bar{L}_0$  であることから理解できる。

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{z\bar{z}} = 0 \\ T_{\bar{z}\bar{z}} = |z|^{-2} T_{\theta\bar{\theta}} \end{array} \right. \quad (2-2-7)$$

となる。従って、複素平面では、 $T_{zz}$ は解析関数、 $T_{\bar{z}\bar{z}}$ は反解析関数となる。

フーリエ展開 (2-2-3, 4) は次の通り、D-ラニ展開

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{zz}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} L_n z^{n-2} \\ T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{L}_n \bar{z}^{n-2} \end{array} \right. \quad (2-2-8)$$

となり、 $L_n, \bar{L}_n$  は、 $T_{zz}, T_{\bar{z}\bar{z}}$  から コーシー積分

$$\left\{ \begin{array}{l} L_n = -\oint \frac{dz}{2\pi i} z^{-n+1} T_{zz}(z) \\ \bar{L}_n = -\oint \frac{d\bar{z}}{2\pi i} \bar{z}^{-n+1} T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z}) \end{array} \right. \quad (2-2-9)$$

により得られる。但し  $n=2$  の積分は、原点を囲む経路に沿って行うものとする。

これからわかるように、複素座標系  $z$  の便利かとは31は、通常の解析関数や、

コーシー積分等の概念が使えるところにある。

さて次に、一般の場の conformal 変換の元での変換性について考えよう。

一般に、 $(h, m)$  型テンソル  $\phi_{\underbrace{z \dots z}_n \underbrace{\bar{z} \dots \bar{z}}_m}$  は、conformal 変換  $z \rightarrow w(z), \bar{z} \rightarrow \bar{w}(\bar{z})$  の元で

$$\phi_{\underbrace{z \dots z}_n \underbrace{\bar{z} \dots \bar{z}}_m}(z, \bar{z}) \rightarrow (\partial_z w)^n (\partial_{\bar{z}} \bar{w})^m \phi_{\underbrace{w \dots w}_n \underbrace{\bar{w} \dots \bar{w}}_m}(w, \bar{w}) \quad (2-2-10)$$

のように変換する。ところが量子論においては、anomaly が存在する可能性がある

あるために、一般に場  $\phi$  の変換性を与えるとは限らない。  $n=2$  の

$$\phi(z, \bar{z}) \rightarrow (\partial_z w)^h (\partial_{\bar{z}} \bar{w})^{\bar{h}} \phi(w, \bar{w}) \quad (2-2-10)$$

のように、テンソルと同じ形の交換性を示す場合を特に、conformal field と

呼んで区別するにとりうる。このとき  $(h, \bar{h})$  を  $\phi$  の conformal 次元 (あるいは

単に次元) とする。ここで注意しなくてはならないのは、量子論における、

異常次元 (anomalous dimension) が存在するため、 $(h, \bar{h})$  は必ずしも整数とは

限らないということである。

今、次元  $(h, \bar{h})$  を持つような conformal field  $\phi(z, \bar{z})$  があつたと

仮定する。すると  $\phi(z, \bar{z})$  は定義より、conformal 変換の元  $z$  (2-2-10) の形の

変換性を示すことができるので、conformal 変換の生成演算子  $L_n, \bar{L}_n$  と

と対応する決まった交換関係を満たさなければならぬ。実際、

ここでは説明を省略するが、 $L_n, \bar{L}_n$  と  $\phi$  とは、交換関係

$$\begin{cases} [L_n, \phi(z, \bar{z})] = -z^{n+1} \partial_z \phi(z, \bar{z}) + (n-1)h \bar{z}^n \phi(z, \bar{z}) \\ [\bar{L}_n, \phi(z, \bar{z})] = -\bar{z}^{n+1} \partial_{\bar{z}} \phi(z, \bar{z}) + (n-1)\bar{h} z^n \phi(z, \bar{z}) \end{cases} \quad (2-2-11)$$

を満たさなければならぬことがわかる\*)。あるいは、逆に、 $[L_n, \bar{L}_n]$  と (2-2-11) の

\*)  $L_n (\bar{L}_n)$  は conformal 変換  $z \rightarrow e_n z^{n+1} (\bar{z} \rightarrow \bar{e}_n \bar{z}^{n+1})$  の生成演算子と

なり、 $z$  である。

交換関係を満たすような場が、次元  $(h, \bar{h})$  の conformal field であると言ふこともできる。通常 conformal field theory では交換関係 (2-2-11) を与え

代わりに  $T_{zz}(z)$  と  $T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z})$  と  $\phi(z, \bar{z})$  との演算子積展開

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{zz}(z) \phi(w, \bar{w}) \sim \frac{h}{(z-w)^2} \phi(w, \bar{w}) + \frac{1}{z-w} \partial_w \phi(w, \bar{w}) \\ T_{\bar{z}\bar{z}}(\bar{z}) \phi(w, \bar{w}) \sim \frac{\bar{h}}{(\bar{z}-\bar{w})^2} \phi(w, \bar{w}) + \frac{1}{\bar{z}-\bar{w}} \partial_{\bar{w}} \phi(w, \bar{w}) \end{array} \right. \quad (|z| \leq |w|) \quad (2-2-12)$$

を与える。実は、この2つを与えることは等価なのであるが<sup>(4)</sup>。ここではこのことは示さず

に、以下では演算子積展開 (2-2-12) を満たす場を conformal field と呼ぶ。

また、同様に、Virasoro 代数 (2-2-6) もエネルギー運動量テンソルの間の演算子積展開 (以降演算子積展開では常に左側にある演算子の方が内側  $|z| \leq |w|$  とする。)

$$T_{zz}(z) T_{ww}(w) \sim \frac{c}{2(z-w)^4} + \frac{2}{(z-w)^2} T_{ww}(w) + \frac{1}{z-w} \partial_w T_{ww}(w) \quad (2-2-13)$$

で表わすことができる。これからわかるように、エネルギー運動量テンソルは anomaly

のため、テンソルの変換性を示さない (conformal field ではない) 場の例と

なる。2.1.3.

一般に、conformal field theory では、conformal field(s) と

これらの間の演算子積展開が与えられると、Virasoro 代数の表現論や、

conformal 変換に対する Ward-高橋 恒等式を用いることができる。



ヒルベルト空間や、相関関数の構造が全て決定されてしまうの?があるか。ここは、

これ以上一般的な考察をすることはやめ、次節で具体的な conformal

field theory の例として、弦理論の ghost 系を考察することにしよう。

### 2-3 弦理論の ghost 系

話を弦理論に戻すことにしよう。弦理論を conformal ゲージ (2-1-2) で

量子化するためには、ghost を導入する必要がある。<sup>13)</sup> 9とき、ghost の作用は

$$N = \frac{1}{\pi} \int d^2z [\bar{C}_+ \partial_{\bar{z}} C_+ + \bar{C}_- \partial_{\bar{z}} C_-] \quad (2-3-1)$$

で与えられることが知られている。<sup>13, 4)</sup> 14 したがって、運動方程式は

$$\begin{cases} \partial_{\bar{z}} C_+ = \partial_{\bar{z}} \bar{C}_+ = 0 \\ \partial_z C_- = \partial_z \bar{C}_- = 0 \end{cases} \quad (2-3-2)$$

となる。すなわち、 $C_+, \bar{C}_+$  は  $z$  のみの関数、 $C_-, \bar{C}_-$  は  $\bar{z}$  のみの関数となる。以下の議論

では  $C_+, \bar{C}_+$  のみに注目して考えることにする。

$C_+, \bar{C}_+$  は周期境界条件を満たすものとする、すなわち、

$$\begin{cases} C_+(p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{np} \\ \bar{C}_+(p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{c}_n e^{np} \end{cases} \quad (2-3-3)$$

の形に展開できる。また、作用 (2-3-1) から  $\Rightarrow$  系は、交換関係

$$\{C_n, \bar{C}_m\} = \delta_{n+m, 0} \quad (C_n^\dagger = C_{-n}, \bar{C}_n^\dagger = \bar{C}_{-n}) \quad (2-3-4)$$

により、量子化されるということが容易にわかる。

$\Rightarrow$  系は、以下で示すように、2つの conformal fields  $C_+(h=-1, \bar{h}=0)$  と

$\bar{C}_+(h=2, \bar{h}=0)$  から成るような conformal field theory の例となっている。

$\Rightarrow$  系が conformal field theory の例であることを見るために、まず複素

平面へ移そう。そのためにまず  $C$  と  $\bar{C}$  の次元が  $-1, 2$  であることを見出し

$$\begin{cases} \tilde{C}(z) = z^{-1} C(p) \\ \bar{\tilde{C}}(z) = z^{-2} \bar{C}(p) \end{cases} \quad (2-3-5)$$

で  $\tilde{C}(z), \bar{\tilde{C}}(z)$  を定義することにしよう。(2-3-3) から  $\tilde{C}(z), \bar{\tilde{C}}(z)$  は、

$$\begin{cases} \tilde{C}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n z^{n+1} \\ \bar{\tilde{C}}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{C}_n z^{n-2} \end{cases} \quad (2-3-6)$$

のようにローラニ展開されるということがわかる。

次に、ghost の 2点関数  $\overline{\tilde{C}(z) \tilde{C}(w)}$  について考える。但し、 $\Rightarrow$  と  $\bar{\Rightarrow}$  の座標系

での時間順序積に対応して、2点関数は、動径順序積

$$\overbrace{\hat{C}(z) \bar{\hat{C}}(w)} = \theta(|w|-|z|) \langle 0 | \hat{C}(z) \bar{\hat{C}}(w) | \tilde{0} \rangle$$

(2-3-7)

$$- \theta(|z|-|w|) \langle 0 | \bar{\hat{C}}(w) \hat{C}(z) | \tilde{0} \rangle$$

で与えられるものと定義する。真空についての詳しい議論は次節で

するとして、 $|\tilde{0}\rangle$  は  $|0\rangle$ ,  $\langle \tilde{0}|$  は、条件

$$\left\{ \begin{array}{l} C_n |\tilde{0}\rangle_c = 0 \quad (n \geq -1), \quad \langle 0 | C_n = 0 \quad (n \leq -2) \\ \bar{C}_n |\tilde{0}\rangle_c = 0 \quad (n \geq 2), \quad \langle 0 | \bar{C}_n = 0 \quad (n \leq 1) \end{array} \right.$$

(2-3-8)

を満たすことを説明なしで使うことにすると、反交換関係 (2-3-4) から、

2点関数は

$$\overbrace{\hat{C}(z) \bar{\hat{C}}(w)} = \theta(|w|-|z|) \left(\frac{1}{w}\right) \sum_{n \geq 0} \left(\frac{z}{w}\right)^n - \theta(|z|-|w|) \left(\frac{1}{w}\right) \sum_{n \geq 0} \left(\frac{z}{w}\right)^n$$

$$= - \frac{1}{z-w}$$

(2-3-9)

となることがわかる。また、2系のエネルギ-運動量テンソルは、\*)

$$T(z) = - : (\hat{C}(z) \partial_z \bar{\hat{C}}(z) + 2 (\partial_z \hat{C}(z)) \bar{\hat{C}}(z)) :$$

(2-3-10)

で与えられることが知られている。<sup>4)</sup>

\*)  $|\tilde{0}\rangle$  での  $T(z)$  は、一般論で述べた  $T_{22}(z)$  に対応する。 $T_{22}(z)$  は  $\tilde{C}, \bar{\tilde{C}}$  系の

エネルギ-運動量テンソルに対応する。

となる。  $T(z)$  と  $\phi(z)$  の演算子積展開がどのような形になるか計算して

みよう。今  $|z| \leq |w|$  とすると  $T(z)$  と  $\phi(w)$  との積は、Wickの定理より、

$$T(z)\phi(w) = -:\phi(z)\partial_z\bar{\phi}(z) + 2(\partial_z\phi(z))\bar{\phi}(z):\phi(w)$$

$$= -:(\phi(z)\partial_z\bar{\phi}(z) + 2(\partial_z\phi(z))\bar{\phi}(z))\phi(w):$$

$$= -\phi(z)\partial_z\overbrace{\bar{\phi}(z)\phi(w)} - 2(\partial_z\phi(z))\overbrace{\bar{\phi}(z)\phi(w)}$$

$$= -:(\phi(z)\partial_z\bar{\phi}(z) + 2(\partial_z\phi(z))\bar{\phi}(z))\phi(w):$$

(2-3-11)

$$= -\frac{1}{(z-w)^2}\phi(z) + \frac{2}{(z-w)}\partial_z\phi(z)$$

となる。更に最右辺の2行目の  $\phi(z)$  を  $w$  のまわりで展開し直すと、

$$-\frac{1}{(z-w)^2}\phi(z) + \frac{2}{(z-w)}\partial_z\phi(z) = -\frac{1}{(z-w)^2}\phi(w) + \frac{1}{z-w}\partial_w\phi(w) + \dots$$

となるから結局  $T$  と  $\phi$  の演算子積展開は、

$$T(z)\phi(w) \sim \frac{-1}{(z-w)^2}\phi(w) + \frac{1}{z-w}\partial_w\phi(w)$$

(2-3-12)

となる。とかわかる。同様にして、 $T$  と  $\bar{\phi}$  の演算子積展開は、

$$T(z)\bar{\phi}(w) \sim \frac{2}{(z-w)^2}\bar{\phi}(w) + \frac{1}{z-w}\partial_w\bar{\phi}(w)$$

(2-3-13)

となる。従って、(2-3-12) と (2-3-13) より  $\phi(z)$ 、 $\bar{\phi}(z)$  はそれぞれ次元  $-1, 2$  の

conformal field であることがわかる。

また同様の計算から  $T$  同士については

$$T(z)T(w) \sim \frac{-13}{(z-w)^4} + \frac{2}{(z-w)^2} T(w) + \frac{1}{z-w} \partial_w T(w) \quad (2-3-14)$$

を得ることが出来る。このことから ghost 系は central charge  $c = -26$  の

conformal field theory であることがわかる。

#### 2-4 ghost 系の真空の描像

この節では、ghost 系  $c(z), \bar{c}(z)$  の無限個の“真空”

$$\left\{ \begin{array}{ll} \langle 0 | c_n = 0 & n \leq -2 + p \\ \langle 0 | \bar{c}_n = 0 & n \leq 1 - p \end{array} \right. \quad (p \in \mathbb{Z}) \quad (2-4-1)$$

について議論するところにある。ここで“真空”と“”を付けたのは、もちろん、

(2-3-3) から明らかのように、 $c_n, \bar{c}_n$  は  $n > 0$  が消滅演算子、 $n < 0$  が生成

演算子であるから、物理的には真空とは、

$$\left\{ \begin{array}{ll} \langle 0 | c_n = 0 & n \leq -1 \\ \langle 0 | \bar{c}_n = 0 & n \leq -1 \end{array} \right. \quad (2-4-2)$$

を満たす状態として定義が「また」からである。<sup>\*</sup> しか、ここで、

<sup>\*</sup> 但し、加藤・小川が指摘したように、このとき真空は2重に縮退している。<sup>(3)</sup>

条件 (2-4-1) を満たす状態を真空と呼ぶことにし、これを描像  $P$  の真空と

呼ぶことにしよう。即ち、 $P$  の値を一つ決めると、条件 (2-4-1) から、その描像  $P$  の

真空が一つ決まることになる。<sup>\*</sup> 例えば、前節で使った真空は、conformal 真空

と呼ばれる真空で、 $P=0$  の描像  $P$  の真空であり、物理的な真空は、 $P=1$  あるいは

$P=2$  の真空に対応する。

さて、このようにして、無限個の真空を導入したわけであるが、このとき注意

しなくにはいけないのは、これらの真空は、通常の意味でのノルムを持たないという点で

ある。実際 (2-4-1) の複素共役の条件

$$\begin{cases} c_n |0\rangle^P = 0 & n \geq P-2 \\ \bar{c}_n |0\rangle^P = 0 & n \geq P-1 \end{cases} \quad (2-4-3)$$

を満たすような状態  $|0\rangle^P$  は、交換関係 (2-3-4) を用いると、

$$P \langle 0 | 0 \rangle^P = \langle 0 | (c_{P-2} \bar{c}_{-P+2} + \bar{c}_{-P+2} c_{P-2}) | 0 \rangle^P = 0$$

となり、 $P \langle 0 |$  との間、内積を持たないことがわかる。そこで  $P \langle 0 |$  と共役

な真空  $|0\rangle^P$  という状態を、 $P \langle 0 |$  と零でなり内積を持つような状態として、

\* 超弦理論に現れる bosonic ghost 系については、このような無限個の真空を考えることは、

本質的に重要となる。実際これらの真空は交換関係の無限個の異なる表現を与えることが知ら

れている。<sup>4)</sup>

$$\left\{ \begin{array}{ll} c_n |\tilde{0}\rangle^P = 0 & n \geq P-1 \\ \bar{c}_n |\tilde{0}\rangle^P = 0 & n \geq -P+2 \end{array} \right. \quad (2-4-4)$$

という条件を満たすものと定義する。実際、この条件を満たす状態のみが、真空 ${}^P\langle 0|$ と零でない内積を持つ<sup>\*</sup>としかできる。そして、この内積を

$${}^P\langle 0 | \tilde{0} \rangle^P = 1 \quad (2-4-5)$$

のように規格化することもする。また、このとき、全ての相関関数は、

真空 ${}^P\langle 0|$ とこれに共役な真空 $|\tilde{0}\rangle^P$ の期待値で定義されるものとする。

この定義によると、描像 $\mathbb{P}$ での ghost の 2 点関数は、

$${}^P\langle 0 | C(z) \bar{C}(w) | \tilde{0} \rangle^P = - \frac{1}{z-w} \left( \frac{z}{w} \right)^P \quad (2-4-6)$$

となる。

次に、これでは、これらの無限個の真空がどのような関係にあるかを、

考えてみよう。

この節で、我々は、条件(2-4-1)で定義される無限個の真空という概念を

導入したわけであるが、実はこれらの無限個の真空は、独立な状態ではない。

単に fermion 系  $\psi, \bar{\psi}$  の fermi 面の定義を変えていけるだけである。実際、

<sup>\*</sup>) これらの断片は、ghost と散ら対するカルトの anomaly と関係づけられて議論することもできる。<sup>4)</sup>



例えば、 $P=0$  の描像の真空と、 $P=1$  の描像の真空とは、関係式、

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^1\langle 0| = {}^0\langle 0| c_{-1} \\ |\hat{0}\rangle^1 = \bar{c}_1 |\hat{0}\rangle^0 \end{array} \right. \quad (2-4-7)$$

で関係している。一般に、任意の2つの描像の真空は、適当な ghost 振動子

$c_n, \bar{c}_n$  をいくつか作用させてやるとで、互いに関係させてやるとかできる。\*)

この意味で、 $\equiv$  では、2つの真空をつなぐ  $c_n$  (あるいは  $\bar{c}_n$ ) のことを、描像変換

演算子と呼ぶことにする。例えば上の例では、振動子  $c_{-1}$  は真空  ${}^0\langle 0|$  を

真空  ${}^1\langle 0|$  に移すような描像変換演算子となっている。

\*) 2210-ジの脚注で述べたように、bosonic ghost 系においては、異なる描像の真空は、

本質的に異なる状態となり、描像変換についても、boson化を用いた、より複雑な議論が必要となる。

### 第3章 弦の場の理論を構成する新しい方法

この章では、前章で解説した、conformal field theoryの方法を、弦の場の理論、特にそのghost座標の部分に適用することにより、任意のghost描像に基づいた開弦の場の理論を構成する方法を与える。

#### 3-1 弦の場の理論

具体的な弦の場の理論の構成について議論する前に、この節では、  
そもそも、弦の場の理論とは、どういうものか、そして、弦の場の理論を構成するには、どうしたら良いかを、簡単にみてみることにする。

弦の場の理論とは、通常、時空の関数であるような場  $\varphi(x)$  の代わりに、  
弦  $X^\mu(\sigma)$  の関数であるような弦の場  $\varphi[X]$  を取り扱う理論である。そして、

その量子化に際しては、 $\varphi(x)$  が点  $x$  での粒子の生成-消滅を引起こす  
演算子となるのに対応して、弦場  $\varphi[X]$  は、弦  $X^\mu(\sigma)$  の生成-消滅を引起こす  
演算子とみなされることになる。但し、ローレンツ変な弦の場の理論、即ち、

ゲージ不変性を持つような弦の場の理論を構成するためには、このような弦の  
場が、補助場として無限個必要であり、その無限個の弦の場は、ghost場

$\psi_\pm(\sigma)$ 、 $\bar{\psi}_\pm(\sigma)$ 、 $\beta, \gamma$ 、 $\bar{\beta}, \bar{\gamma}$ 、 $\lambda, \bar{\lambda}$ 、 $\bar{\lambda}, \lambda$  の形に

また  $\alpha_n = 0$  かつ  $\beta_n = 0$  となる  $n$  は知られていない。  $\alpha_n, \beta_n$  は、超場重  $[X, C_{\pm}]$  の値を

単に、弦の場と呼ぶこともできる。

以上、上で説明したように、弦の場は、 $X^\mu(\sigma), C(\sigma)$  の汎関数であるが、

弦の場の理論を定式化するためには、以下で説明する振動子による表現を

用いた方が便利である。まず、 $X^\mu(\sigma), C(\sigma), \bar{C}(\sigma)$  のフーリエ展開

$$X^\mu(\sigma) = x^\mu + i \sum_{n \neq 0} \frac{1}{n} (\alpha_n^\mu - \alpha_{-n}^\mu) \cos(n\sigma)$$

$$A_\pm^\mu(\sigma) \equiv -i \frac{\delta}{\delta X^\mu(\sigma)} X^\mu(\sigma) = \sum_n \alpha_n^\mu e^{\pm i n \sigma}$$

$$(0 \leq \sigma \leq \pi)$$

$$C_\pm(\sigma) = \sum_n c_n e^{\pm i n \sigma}$$

$$(3-1-1)$$

$$\bar{C}_\pm(\sigma) = \sum_n \bar{c}_n e^{\pm i n \sigma}$$

に、2. 振動子  $\alpha_n^\mu, c_n, \bar{c}_n$  を導入する。但しこれらの振動子は (反) 交換

関係

$$[\alpha_n^\mu, \alpha_m^\nu] = n \eta^{\mu\nu} \delta_{n+m, 0}$$

$$\{c_n, \bar{c}_m\} = \delta_{n+m, 0}$$

$$(3-1-2)$$

と、関係

$$\alpha_{-n}^\mu = \alpha_n^{\mu\dagger}, \quad c_{-n} = c_n^\dagger, \quad \bar{c}_{-n} = \bar{c}_n^\dagger$$

$$(3-1-3)$$

$$\alpha_0^\mu = p^\mu = -i \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

を満たすものとする。そして、この振動子に対する真空を

$$\left\{ \begin{array}{ll} {}^P\langle 0 | \alpha_n^{\mu} = 0 & n \leq -1 \\ {}^P\langle 0 | c_n = 0 & n \leq -2 + P \\ {}^P\langle 0 | \bar{c}_n = 0 & n \leq 1 - P \end{array} \right. \quad (3-1-4)$$

の条件に従って導入すると弦場重  $[X, \zeta_{\pm}]$  は グラバクトル  ${}^P\langle \Phi(x) |$  として表わす

ことができる。<sup>6)</sup> 但し、ここで注意し欲しいのは、ghost の真空の描像、即ち  $P$  の値を

一つ決めることと、重の Fock 表現  $\langle \Phi |$  が一つ決まるといふことである。||| がえれば、

異なる ghost の真空の描像を用いることにより、弦場重の (見かけ上) 異なる

Fock 表現  ${}^P\langle \Phi |$  を与えることができる。弦場  ${}^P\langle \Phi(x) |$  がどのようなものかもう少し

具体的にみるためには、これを各 Fock 状態について展開してやれば良い。例えば、

$P=1$  の場合  $\langle \Phi(x) |$  は

$$\langle \Phi(x) | = \varphi(x) \langle 0 | + A_p(x) \langle 0 | \alpha_1^{\mu} + B(x) \langle 0 | c_0 \bar{c}_1 + \quad (3-1-5)$$

のような形に展開することができる。このとき展開の係数は局所場となり、

例えば、 $\varphi(x)$ ,  $A_p(x)$ ,  $B(x)$  は 各々 タキオン場、ゲージ場、補助場に対応する。

一般に、他の描像  ${}^P\langle \Phi |$  表現した場  ${}^P\langle \Phi |$  についても同様に展開することができる。

この節では、簡単のため全て  $P=1$  の描像を用いて説明することにする。一般の

描像 2 の理論は次節以降で与えられる。

次に、弦の場の理論の作用について考える。弦の場の理論の作用は、通常の場の理論の場合と同様に、弦の自由な伝播を表わす自由項と、相互作用を表わす相互作用項とから成る。ここでは自由項について説明するところとする。

弦の場の理論の自由項は、

$$S_0 = \int d^2x \langle \Phi(x) | Q_B | \Phi(x) \rangle \quad (3-1-6)$$

で与えられる。<sup>2,18)</sup> ここで  $Q_B$  は加藤-小川により与えられた<sup>13)</sup> BRST charge である。

$$Q_B = \sum_{n=-\infty}^{\infty} : c_{-n} \left[ -\frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ \alpha_{n-m}^\mu \alpha_{m\mu} + (n+m) \bar{c}_{n-m} c_m \} + \alpha(0) \delta_{n,0} \right] : \quad (3-1-7)$$

で定義される。また、 $Q_B$  は、時空の次元が 26 次元切片 110 ランダム  $\alpha(0)$  が 1 のとき

に、nilpotent

$$Q_B^2 = 0 \quad (3-1-8)$$

であることが知られている。<sup>13)</sup> この性質のおかげで、作用 (3-1-6) は、弦のゲージ

変換

$$\delta \langle \Phi(x) | = \langle \Lambda(x) | Q_B \quad (3-1-8)$$

の基で不変となっている。ここで  $\langle \Lambda(x) |$  はゲージ変換のパラメータを表わす弦場で

ある。二ゲージ不変性が、理論の二値性を保証してゐる。<sup>19, 16, 6)</sup>

次に、3弦の相互作用項について考えることにする。3弦の相互作用項は、一般に、

$$S_1 = \frac{1}{2} g \int d^2x_1 d^2x_2 d^2x_3 \langle \Phi(x_1) \Phi(x_2) \Phi(x_3) | V(123) \rangle_{123}, \quad (13-1-9)$$

のような形で与えられる。ここで、 $|V(1,2,3)\rangle$  は相互作用 vertex と呼ばれる

もので、適当な弦の接続を与えような  $\delta$ -関数の Fock 表現で

ある。この相互作用 vertex をどのように選ぶかにより、現在2種類の

異なる弦の場の理論が構成できることがわかってゐる。その一つは、

Witten による提案されたもの<sup>a)</sup>  $|V(123)\rangle$  とし、図3のように3つの弦について

対称な形をした接続に対応するものを採用する。もう一つは HIKKO

による提案されたもの<sup>b)</sup>、図4のような light-cone 型と呼ばれる接続に

対応する vertex を用いて定式化される。ここでは、HIKKO 型の場合に

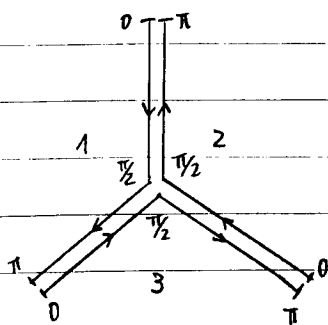


図3 Witten 型の3弦相互作用

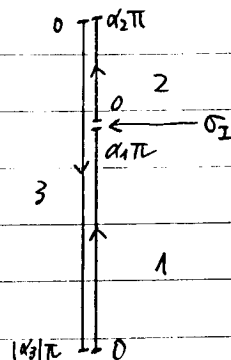


図4 HIKKO (light-cone) 型の3弦相互作用

ついで、もう少し詳しく vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  について説明することにしよう。

一般に、vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  は、弦座標  $X^\mu$  のについての接続を表わす部分

$|V_X(1,2,3)\rangle$  と ghost 座標、 $\bar{c}, c$  についての部分に分けられる。

$$|V(1,2,3)\rangle = |V_X(1,2,3)\rangle \otimes |V_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-1-10)$$

すなわち、これが図4に対応する  $\delta$ -(1A)関数の表現であるということができる。

接続条件

$$\left\{ \begin{array}{l} [\theta_1 \mathcal{O}_X^{(1)}(\sigma_1) + \theta_2 \mathcal{O}_X^{(2)}(\sigma_2) - \mathcal{O}_X^{(3)}(\sigma_3)] |V_X(1,2,3)\rangle = 0 \\ [\theta_1 \mathcal{O}_{gh}^{(1)}(\sigma_1) + \theta_2 \mathcal{O}_{gh}^{(2)}(\sigma_2) - \mathcal{O}_{gh}^{(3)}(\sigma_3)] |V_{gh}(1,2,3)\rangle = 0 \end{array} \right.$$

$$\theta_1 \equiv \theta(\pi\alpha_1 - |\sigma|), \quad \theta_2 \equiv \theta(|\sigma| - \pi\alpha_1)$$

$$\sigma_1 = \sigma/\alpha_1, \quad \sigma_2 = (\sigma - \pi\alpha_1 \operatorname{sgn}(\sigma))/\alpha_2, \quad \sigma_3 = (\pi|\alpha_3| \operatorname{sgn}(\sigma) - \sigma)/|\alpha_3|$$

$$\mathcal{O}_X^{(r)}(\sigma_r) = X^{\mu(r)}(\sigma_r), \quad \alpha_r^{-1} P^{(r)}(\sigma_r), \quad \alpha_r^{-1} A_{\pm}^{(r)}(\sigma_r) \quad (3-1-11)$$

$$\mathcal{O}_{gh}^{(r)}(\sigma_r) = \alpha_r \bar{c}_{\pm}^{(r)}(\sigma_r), \quad \alpha_r^{-2} \bar{c}_{\pm}^{(r)}(\sigma_r)$$

に、おいて特徴付けられる<sup>6)</sup>。但し、 $\sigma=0$ 、図4の形の相互作用を記述する際

には、各弦のスケールを伸縮させなければならぬため、 $\alpha_r \rightarrow \alpha_r \left( \sum_{r=1}^3 \alpha_r = 0 \right)$

を導入してこれを注意しなければならない。更にHIKKO型の

理論の場合、次に述べるゲージ不変性の要求から、弦場 $\langle \Phi(x) \rangle$  も、 $\alpha$  の変数 $\alpha$



の関数  $\langle \Phi(x, \alpha) |$  とならなく<sup>\*</sup>なるならなりと知られている。

相互作用 vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  は、接続条件 (3-1-11) によつてほとんど完全に決定されるが、唯一点、相互作用点、と呼ばれる弦が切れる点、 $\sigma$  では、任意性が残り、この点での局所的な座標を作用させておく自由度については決定されない。

これは、次に述べるゲージ不変性の要求から決定される。

さ2. 前に自由項の作用 (3-1-6) はゲージ不変性 (3-1-8) を持つことを述べた。

そして、このゲージ不変性が、理論のユニタリ性を保証していることは触れた。

このことは、弦の相互作用まで含めて考えたとき、理論のユニタリ性を保証するため

には、相互作用まで含めた作用

$$S = S_0 + S_1$$

$$= \int d^2x d\alpha \langle \Phi(x, \alpha) | Q_B | \Phi(x, \alpha) \rangle$$

$$+ \frac{1}{3!} g \int d1 d2 d3 \langle \Phi(1) | K | \Phi(2) | K | \Phi(3) | | V(123) \rangle$$

(3-1-12)

$$(dr \equiv d^2x_r d\alpha_r, \quad r \equiv x_r, \alpha_r)$$

が、拡張されたゲージ変換

\*1) このとき、作用 (3-1-6), (3-1-9) にある積分  $d^2x$  も  $d\alpha$  を含む  $d^2x d\alpha$  に

拡張される。

$$\delta \langle \Phi(3) | = \langle A(3) | (Q_B + g \int dz d1 \langle V(1,2,3) | (| \Phi(2) \rangle | A(1) \rangle - | A(2) \rangle | \Phi(1) \rangle) \quad (3-1-13)$$

の基底で不変であるという要求に拡張される。この要求は、vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  に対して、次の BRST 不変性を要求する。

$$\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(1,2,3)\rangle = 0 \quad (3-1-14)$$

つまり、この条件(3-1-14)を満たす vertex を BRST 不変な vertex と呼び出すことにする。

ゲージ変換(3-1-13)に対する不変性は更に、相互作用 vertex に対して

制限を与え、HIKKO型の理論では、この制限から来る条件のために、作用

(3-1-12) あるいはゲージ変換(3-1-13)に対して、更に4弦相互作用に対応する

項を付け加えなければならなくなる<sup>6)</sup>のであるが、ここでは以上詳細に

立ち入ることはせずに、条件(3-1-14)に焦点を絞って、議論を進めようとする。

にすることができる。

### 3-2 3弦相互作用 vertex を構成する一般的方法.

前節で見たように、弦の場の理論の相互作用を記述するといふことは、

接続条件 (3-1-11) と、BRST 不変性 (3-1-14) を満たす、相互作用 vertex

$|V(1,2,3)\rangle$  を与えることと同等である。そこで、この節では、この BRST 不変な

vertex を構成する一般的方法について、考察することを試みる。

(3-1-10) で述べたように、相互作用 vertex  $|V(1,2,3)\rangle$  は  $X^\mu$  に関する部分

$|V_X(1,2,3)\rangle$  と ghost 座標に関する部分  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle$  とに分けることができる。

ここでは  $X^\mu$  に関する部分  $|V_X(1,2,3)\rangle$  について、HIKKO の与えたものをそのまま用い

ることにする。HIKKO の vertex  $|V_X(1,2,3)\rangle$  は

$$|V_X(1,2,3)\rangle = \exp(E_X(1,2,3)) |0\rangle_1 |0\rangle_2 |0\rangle_3 (2\pi)^{d-1} \delta\left(\sum_{r=1}^3 p_r\right) \delta\left(\sum_{r=1}^3 \alpha_r\right) \mu(1,2,3) \quad (3-2-1)$$

$$E_X(1,2,3) = \frac{1}{2} \sum_{r,s=1}^3 \sum_{m \geq 0} \bar{N}_{nm}^{rs} \alpha_{-n}^{(r)} \cdot \alpha_{-m}^{(s)} \quad (3-2-2)$$

$$\mu(1,2,3) = |z_1 - z_2| |z_2 - z_3| |z_3 - z_1| \exp\left(-\sum_{r=1}^3 \bar{N}_{00}^{rs}\right) \quad (3-2-3)$$

$$= \exp\left(-\left(\sum_{r=1}^3 \alpha_r \ln |\alpha_r|\right) \sum_{s=1}^3 \frac{1}{\alpha_s}\right)$$

で与えられる。但しここでは、 $\bar{N}_{nm}^{rs}$  は、Appendix B で与えられる / イマニ関数の

フーリエ係数である。また、vertex の 10 次元  $\alpha_r$  に関する部分は  $|V_X(1,2,3)\rangle$  の

中に含まれることにした。

相互作用 vertex の ghost 座標に関する部分  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle$  について

考察するが、この節の目的である。

Appendix A で示したように、開弦の ghost 系を conformal field theory

として考えるためには、 $\zeta_{\pm}(\sigma)$  ( $0 \leq \sigma \leq \pi$ ) の代わりに、

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta(\sigma) = \sum_n c_n e^{in\sigma} \\ \bar{\zeta}(\sigma) = \sum_n \bar{c}_n e^{in\sigma} \end{array} \right. \quad (-\pi \leq \sigma \leq \pi) \quad (3-2-4)$$

を考えるのが都合がよい。以下では、この  $\zeta(\sigma)$ ,  $\bar{\zeta}(\sigma)$  を用いて議論

を進めることにする。

まず vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle$  を構成するために、3弦の散乱を表わす

図5で表わされる領域 ( $p$ -平面) を導入する。この領域は、複素座標  $p$

( $-\infty < \text{Re} p < \infty, -\pi \leq \text{Im} p \leq \pi$ ) において座標付け

られるが、また、各弦に固有な座標  $\zeta_r$

( $r=1,2,3$ ) を用いることにしても

座標付けられることがわかる

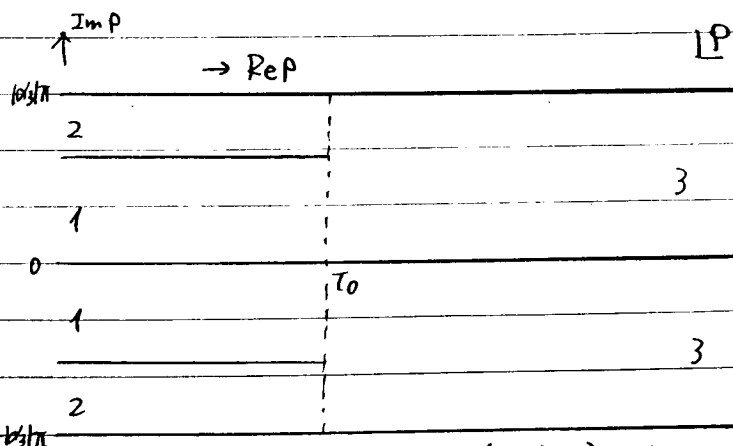


図5.  $\alpha_1, \alpha_2 > 0, \alpha_3 < 0$  の場合に対応する

場合の 3弦散乱を表わす領域

$$\rho(r \text{ 番の弦の領域にあるとき}) = \begin{cases} \alpha_r \zeta_r + \tau_0 + i\beta_r & (\text{Im } \rho \geq 0) \\ \alpha_r \zeta_r + \tau_0 - i\beta_r & (\text{Im } \rho \leq 0) \end{cases} \quad (3-2-5)$$

$$\zeta_r = \xi_r + i\sigma_r; \quad \xi_r \leq 0, \quad \begin{cases} 0 \leq \sigma_r \leq \pi & (\text{Im } \rho \geq 0) \\ -\pi \leq \sigma_r \leq 0 & (\text{Im } \rho \leq 0) \end{cases} \quad (3-2-6)$$

$$\beta_r = \pi \sum_{s=1}^{r-1} \alpha_s \quad (3-2-7)$$

ここで  $\tau_0$  は 図 5 にあるように、弦が 2 つに切れる点の座標  $\rho$  の実数部分

である。更に もう一つ、 $z$  の  $P$ -平面と、Mandelstam 写像<sup>20)</sup>

$$P(z) = \sum_{r=1}^3 \alpha_r \ln(z - z_r), \quad \sum_{r=1}^3 \alpha_r = 0 \quad (3-2-8)$$

$z$  を結びついている平面 ( $z$ -平面) を考える。但し、ここで  $z_r$  は 木庭-Nielsen

変数<sup>21)</sup> と呼ばれる実数の 15x42 各弦の無限遠点 ( $\xi_r = -\infty$  の点) が  $z$ -平面の

点  $z = z_r$  に写像され<sup>\*)</sup> あり、 $\ln$  の分枝は、 $z_1 > z_2 > z_3$  のとき、図 5 に対応するように

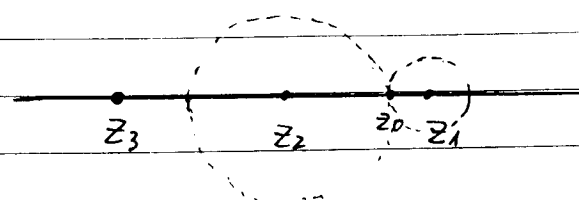
選ぶと、 $z$  の写像で  $P$ -平面の相互作用点 (弦が 2 つに切れる点) が  $z$ -平面のどこに

写像されるかは、方程式

$|z|$

$$\left. \frac{dP}{dz} \right|_{z=z_0} = \sum_{r=1}^3 \frac{\alpha_r}{z_0 - z_r} = 0 \quad (3-2-9)$$

により、決定される。ここで  $z_0$  は、 $P$ -平面での



相互作用点の  $z$ -平面での像である。また

図 6 図 5 に対応する  $z$ -平面

\*) 更に言えば  $P$ -平面の境界 (弦の境界) は  $z$ -平面の実軸上に写像されている。

相互作用時刻  $z_0$  は  $z_0$  を用いて.

$$z_0 = \text{Re } p(z_0)$$

(3-2-10)

と表わすこともできる。

次に、 $p$ -平面、あるいは  $z$ -平面上での ghost 座標についての conformal

field theory を考えよう。最初に、我々は、3つの弦のそれぞれの ghost 座標

(3-2-4) を用いて、 $p$ -平面の各弦に対応する領域  $r$  のみで定義された場

$\psi(r)$ ,  $\bar{\psi}(r)$  を定義するに capable である。

$$\left\{ \begin{aligned} \psi^{(r)}(\sigma_r - i\epsilon_r) &= \sum_n c_n^{(r)} e^{n(\xi_r + i\sigma_r)} \\ \bar{\psi}^{(r)}(\sigma_r - i\epsilon_r) &= \sum_n \bar{c}_n^{(r)} e^{n(\xi_r + i\sigma_r)} \end{aligned} \right.$$

(3-2-11)

$$\{c_n^{(r)}, \bar{c}_m^{(s)}\} = \delta_{n+m,0} \delta^{rs}$$

$z = z(\xi_r, \sigma_r)$  は、(3-2-5) で定義した、各弦に固有な座標である。このとき、

各  $\psi^{(r)}$ ,  $\bar{\psi}^{(r)}$  は、全く関係のない、独立した場である。

ところが、今、仮に、(3-1-11) の接続条件を満たすような相互作用

vertex が存在したと仮定しよう。そうすると、我々は、次のようにして、 $p$ -平面

全体で定義された場  $\psi(p)$ ,  $\bar{\psi}(p)$  を定義するに capable である。即ち、

$p$  が弦  $r$  の領域にある時は

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{C}(p) = \left( \frac{dp}{dz_r} \right) \mathcal{C}^{(r)}(\sigma_r - i\tilde{z}_r) = \alpha_r \sum_n C_n^{(r)} e^{n(\tilde{z}_r + i\sigma_r)} \\ \bar{\mathcal{C}}(p) = \left( \frac{dp}{dz_r} \right)^{-2} \bar{\mathcal{C}}^{(r)}(\sigma_r - i\tilde{z}_r) = \alpha_r^{-2} \sum_n \bar{C}_n^{(r)} e^{n(\tilde{z}_r + i\sigma_r)} \end{array} \right. \quad (3-2-12)$$

としてやるのである。こう定義してやると、接続条件 (3-1-11) のおかげで

$\mathcal{C}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{C}}(p)$  は、 $p$ -平面全体で定義された場と考えることができる。但し、

定義から明らかなように、 $\mathcal{C}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{C}}(p)$  は (3-1-11) の接続条件を満たす

vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle$  の上での  $p$ -平面上の場と考えることができる。

こうして、 $p$ -平面で定義された場  $\mathcal{C}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{C}}(p)$  が与えられたならば、

第2章で解説したように、 $\mathcal{C}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{C}}(p)$  は、 $p$ -平面上の conformal field と

考えることができる。あるいは、実際上は、Mandelstam 写像 (3-2-8) に従って、

$z$ -平面上で、考えるのが、より便利である。このとき、 $z$ -平面上の場は、

$\mathcal{C}(p)$ ,  $\bar{\mathcal{C}}(p)$  から

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{C}(p) = \left( \frac{dp}{dz} \right) \mathcal{C}(z) \\ \bar{\mathcal{C}}(p) = \left( \frac{dp}{dz} \right)^{-2} \bar{\mathcal{C}}(z) \end{array} \right. \quad (3-2-13)$$

によって与えられる。また、Mandelstam 写像は  $z \sim z_r$  の近傍で

$$p(z) \sim \alpha_r \ln(z - z_r) = \alpha_r \tilde{z}_r \quad (3-2-14)$$

となることから、 $z \sim z_r$  のとき、 $\mathcal{C}(z)$ ,  $\bar{\mathcal{C}}(z)$  は、各弦の振動子  $C_n^{(r)}$ ,  $\bar{C}_n^{(r)}$  を用いて、

という形に展開することが出来る。これは確かに、丁度、第2章で扱った、ghost 場の

→ したがって、もし接続条件 (3-1-11) を満たすような ghost vertex  $|V_{gh}(4,2,3)\rangle$

とかわかたので、今度は逆に  $\alpha$  を利用して、任意の描像に対する ghost

そのために、まず次の形の期待値を考える。

但し、 $\pi$ で描像  $P$  に対応する ghost vertex  $V_{gh}(123)$  は、 $(2-4-4)$  で定義

順序  $\Gamma$  の意味であるが、定義 (3-2-12) から明らかのように、 $Z$  と  $\cong$  が異なる

弦に対応する領域にあるときは、 $C(z)$ と $C(w)$ は互可換であるから、時間順序の

\* ) 但し、(2-3-5)では展間点である時刻に  $\dot{z} = -\infty$  に対応する点、かつ  $z = 0$  だが、 $t$  の  $\infty$  に対し、

今度は、 $z_r = -\infty$  に対応する点、即ち  $z = z_r$  について、 $z \rightarrow z_r$  である。

0. ... D ... 27 ... 219864 ... 1728 ... 32 ... 17 ... 22 ... 7 ... 1 ... 2 ... 3



$z$  と  $\tilde{z}$  が同じ弦に対応する領域にある場合にのみ指定可能である。良し事である。

$k=2$  (3-2-15) の中の時間順序  $T$  は (3-2-14) の展開を基に、例えば  $z$  と  $\tilde{z}$  が

共に弦  $r$  の領域にあるときは、点  $z_r$  を中心とした反動径順序積 ( $z_r$  からの距離が遠い方を左側にする) であると定義する。<sup>\*</sup>

次に、このように定義した  $N_P(z, \tilde{z})$  は、 $z, \tilde{z}$  の関数として、どのような性質を持つかを考えてみよう。おまじで述べたように ghost vertex  $|V_{gh}(1, 2, 3)\rangle^P$  が接続条件 (3-1-11) を

満たすならば、 $\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$  は、 $z$ -平面の全ての領域にわたって定義された場となる

はずであるから、 $N_P(z, \tilde{z})$  は、 $z$ -平面全体で定義された関数である。更に  $\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$

が、 $z$  の関数であるから、たかたか極の特異点を持つ解析関数である。<sup>\*\*</sup>

$N_P(z, \tilde{z})$  の性質を更に詳しく調べてみることにしよう。第2章で解説したように、

$\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$  は、解析関数である。但し、展開 (3-2-14) から明らかのように、 $z = z_r$

の点で極あるいは零点を持つ可能性がある。 $k=2$  の  $N_P(z, \tilde{z})$  の  $z, \tilde{z} \sim z_r$  で

ふるまいを調べてみることにしよう。

今 (3-2-15) で  $z$  は、弦  $r$  の領域、 $\tilde{z}$  は、それ以外の弦の領域にあると

しよう。このとき  $N_P(z, \tilde{z})$  は、

<sup>\*</sup>)  $\tilde{C}$  は、弦  $r$  の固有座標  $z_r = \beta_r + i\sigma_r$  に関する反時間順序積を取ることに対応している。

<sup>\*\*</sup>)  $N_P(z, w)$  が、完全な解析関数ではなく、極を持つのは  $\tilde{C}(z), \tilde{C}(\tilde{z})$  が演算子であることによる。

$$N_P(z, \tilde{z}) = \langle \prod_{i=1}^P \langle 0 | \frac{1}{2} \langle 0 | \frac{1}{3} \langle 0 | C(z) \bar{C}(\tilde{z}) | V_{gh}(1,2,3) \rangle^P \rangle \quad (3-2-16)$$

とわかる。真空の定義 (2-4-1)

$$\left\{ \begin{array}{ll} \langle 0 | C_n^{(r)} = 0 & n \leq -2 + P \\ \langle 0 | \bar{C}_n^{(r)} = 0 & n \leq 1 - P \end{array} \right. \quad (3-2-17)$$

と展開 (3-2-14) より.

$$\langle 0 | \frac{1}{2} \langle 0 | \frac{1}{3} \langle 0 | C(z) \sim_{z \sim \tilde{z}_r} (z - \tilde{z}_r)^P \quad (3-2-18)$$

2" ありから.  $N_P(z, \tilde{z})$  は.  $z \sim \tilde{z}_r$  2"

$$N_P(z, \tilde{z}) \sim_{z \sim \tilde{z}_r} (z - \tilde{z}_r)^P \quad (3-2-19)$$

というふうなことを示すことがわかる。同様にして.  $w \sim \tilde{z}_r$  2" は.  $N_P(z, w)$  は.

$$N_P(z, \tilde{z}) \sim_{w \sim \tilde{z}_r} (\tilde{z} - \tilde{z}_r)^{-P} \quad (3-2-20)$$

のようにふるまうことを示すことができる。

更に、演算子積  $C(z) \bar{C}(\tilde{z})$  は.  $z \sim \tilde{z}$  2" 特異 2" ありから.  $N_P(z, \tilde{z})$  は.

$z \sim \tilde{z}$  2" 特異となる。この特異性は演算子積展開

$$C(z) \bar{C}(\tilde{z}) \sim -\frac{1}{z - \tilde{z}} \quad (3-2-21)$$

を用いて. pole residue を含む。

$$N_P(z, \tilde{z}) = \langle P_{10} P_{20} P_{30} | T C(z) \bar{C}(\tilde{z}) | V_{gh}(123) \rangle^P$$

$$\underset{z \sim w}{\sim} - \frac{1}{z - \tilde{z}} \langle P_{10} P_{20} P_{30} | V_{gh}(123) \rangle^P$$

$$= - \frac{1}{z - \tilde{z}} \quad (3-2-22)$$

のようにぶらまうとわかる。但しここで vertex は規格化条件として

$$\langle P_{10} P_{20} P_{30} | V_{gh}(123) \rangle^P = 1 \quad (3-2-23)$$

を満たすものとした。

12.  $C(z), \bar{C}(z)$  は元来  $z$  のみの関数であるから、もし  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  が

単に  $C(z), \bar{C}(z)$  を  $z$ -平面全体で定義するだけのために働いて、何の特異性も

産みださなければ、上で考えた  $z, \tilde{z} \sim z_r, z \sim \tilde{z}$  以外に特異点か

存在する点はない。従って、上の議論から、

$$N_P(z, \tilde{z}) \cong - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \right)^P \quad (3-2-24)$$

となるのである。ここで (3-2-24) 式を等式にしないのは、実は

(3-2-24) 式は正しくない。からで、実は、vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  も、新たな

特異点を与えるからである。そこで次に議論することにしよう。

本来、弦の場の理論で、用いられる vertex  $|V_{gh}(123)\rangle$  は、接続条件

(3-1-11) によつて決定されるもので、これは、(3-2-12) から明らかで、 $\phi(p)$ ,  $\bar{\phi}(p)$

が、 $p$ -平面全体で滑らかな関数として定義できるといふことと同等である。

一方、これに比して  $z$ -平面という概念は、 $\phi(p)$ ,  $\bar{\phi}(p)$  が conformal field

とみなせることを利用して便宜上導入されたものであるから ghost vertex

$|V_{gh}(123)\rangle^P$  は、どのような  $z$ -平面を用いたかといふことに無関係に決定

されるべきである。このことは、関数  $N_P(z, \tilde{z})$  に次のような制限を与える。

最初に、 $p$ -平面上の場合  $\phi(p)$ ,  $\bar{\phi}(p)$  に対して、(3-2-15) と同様の期待値

$$N_P(p, \tilde{p}) = \langle \prod_{i=1}^P \phi(\frac{p}{2}) \prod_{j=1}^P \bar{\phi}(\frac{\tilde{p}}{2}) | T \phi(p) \bar{\phi}(\tilde{p}) | V_{gh}(123) \rangle^P \quad (3-2-25)$$

を定義する。但し時間順序  $T$  は (3-2-15) の場合と同様弦の固有座標  $\sigma_r$  に関する

反時間順序を表わすものとす。 (3-2-13) より  $N_P(p, \tilde{p})$  は、

$$\begin{aligned} N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) &= \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2} \langle \prod_{i=1}^P \phi(\frac{p}{2}) \prod_{j=1}^P \bar{\phi}(\frac{\tilde{p}}{2}) | T \phi(z) \bar{\phi}(\tilde{z}) | V_{gh}(123) \rangle^P \\ &= \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2} N_P(z, \tilde{z}) \end{aligned} \quad (3-2-26)$$

という関係を用いて、 $N_P(z, \tilde{z})$  で表わすことができる。そこで、 $p$ -平面と  $z$ -平面

は、前に述べたように、Mandelstam 写像 (3-2-8)

$$p(z) = \sum_{r=1}^3 \alpha_r \ln(z - z_r)$$

が関係してゐることにもう一度注意しておく。この Mandelstam 写像

9形から明らかのように、木庭-Nielsen 変数  $z_r$  をどのような値に選ぶかは、

本来 9の写像を持つ任意性で、図5の  $p$ -平面に対応する  $z$ -平面を考えるには、

$z_r$  は実数で、 $z_1 > z_2 > z_3$  を満たす限りどんな値でも良い。

以上の考察から、ghost vertex  $1V_{gh}(123)^p$  が、どのような  $z$ -平面を用いるかに

依らないという条件は (3-2-26) で与えられる  $N_p(p, \tilde{p})$  が  $z$ -平面の実軸上の

3点  $z_r$ ,  $z_1 > z_2 > z_3$  を大小関係を保ちながら別の点に移るような

変換に対して不変である<sup>1)</sup>。という要求と読み替えることができる。9のような

変換は projective 変換と呼ばれ、

$$z \rightarrow z' = \frac{az+b}{cz+d} \quad (a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad-bc=1) \quad (3-2-27)$$

で与えられる。

すなわち、 $N_p(z, \tilde{z})$  が (3-2-24) 式で与えられるものとして、 $N_p(p, \tilde{p})$  が projective

変換に対して不変となるかどうかを見てみよう。(3-2-27) から、

$$\frac{1}{z' - \tilde{z}'} = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{1/2} \left(\frac{d\tilde{z}'}{d\tilde{z}}\right)^{-1/2} \frac{1}{z - \tilde{z}} \quad (3-2-28)$$

$$\frac{z' - z_r'}{\tilde{z}' - z_r'} = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{1/2} \left(\frac{d\tilde{z}'}{d\tilde{z}}\right)^{-1/2} \frac{z - z_r}{\tilde{z} - z_r} \quad (3-2-29)$$

$$\left(\frac{dP(z')}{dz'}\right) = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{-1} \left(\frac{dP(z)}{dz}\right) \quad (3-2-30)$$

"ある"とかわかると (3-2-26) より  $N_P(p, \tilde{p})$  は

$$N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = \left(\frac{dz'}{dz}\right)^{(3D-3)/2} \left(\frac{d\tilde{z}'}{d\tilde{z}}\right)^{(3-3D)/2} N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) \quad (3-2-31)$$

と変換する=とになり、projective 変換の基で不変ではない。即ち、(3-2-24)式は正しくない"ある"。

これ"は、projective 変換に対して不変であるような  $N_P(p, \tilde{p})$  を与える

ような  $N_P(z, \tilde{z})$  とはどのようなもの"ある"か。=9=とを考えると、もう一度  $N_P(z, \tilde{z})$

の定義式 (3-2-15) に戻り、2 考えてみる=とにしよう。 (3-2-24) 式の"と=32"式"いた

ように、もし vertex  $|V_{gh}(123)\rangle$  が何の特異性も産み出さないなら、 $N_P(z, \tilde{z})$  は

(3-2-24) の形になるはあ"ある"から、(3-2-24) の  $N_P(z, \tilde{z})$  が正しくない"という

=とは、 $|V_{gh}(123)\rangle^P$  が、何らかの特異性を産み出す"という=ことを意味する。

これ"は、=9 特異性は  $z$ -平面上のどの点に現れる"た"う"か。これも、

ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  は、32 9 弦の接続を表わすような状態である。|||

かえれば、最初  $P$ -平面"ある"は  $z$ -平面の各弦に対応する領域毎に定義され

ていた ghost 場を  $P$ -,  $z$ -平面 全体で定義された場"ある"ような状態である。

従って ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  は各弦の領域の境界即ち図5にあるいは

図6に点線でも示された線上に存在する状態である。従って  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  が

$N_P(z, \tilde{z})$  に特異点を持ち起すならば、その特異点は、この点線上に存在する

はずである。この線上で唯一特殊と思われる点、は相互作用点  $z_0$  である。

実際前節で議論したように、vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  は相互作用点  $z_0$  での

不定性を除いて、接続条件 (3-1-11) で完全に決定されるはずであり、また

接続条件が成り立つためには、 $z_0$  以外で特異点を持つはならないので

結局、特異となり得るのは相互作用点  $z_0$  のみであることがわかる。

以上の考察と、条件 (3-2-19, 20, 22) とから正しい  $N_P(z, \tilde{z})$  は、

$$N_P(z, \tilde{z}) = - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \quad (3-2-32)$$

とあることがわかる。実際、これにより与えられる  $N_P(p, \tilde{p})$

$$N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \left( \frac{dp(z)}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-2} \quad (3-2-33)$$

は、projective 変換 (3-2-27) に対して不変である

$$N_P(p(z'), \tilde{p}(\tilde{z}')) = N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) \quad (3-2-34)$$

とて、(3-2-28, 29, 30) を用いて示すことが出来る。そして、正しい  $N_P(z, \tilde{z})$  が得られた。これ、ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  である。これを用いて、性質

$$N_P(z, \tilde{z}) = \langle 0 | \prod_{r=1}^3 \alpha_{-r} | \prod_{s=1}^3 \alpha_r | T^0(z) \bar{T}^0(\tilde{z}) | V_{gh}(123) \rangle^P$$

$$= - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{\tilde{z} - z_r} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \quad (3-2-35)$$

あり、

$$N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = \langle 0 | \prod_{r=1}^3 \alpha_{-r} | \prod_{s=1}^3 \alpha_r | T^0(p) \bar{T}^0(\tilde{p}) | V_{gh}(123) \rangle^P$$

$$= - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{\tilde{z} - z_r} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \left( \frac{dp(z)}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-2} \quad (3-2-36)$$

を持つような状態として完全に決定される。

これは、次に、(3-2-36) と与えるような ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  の具体形と与えることにする。このためには、 $N_P(p, \tilde{p})$  とは次のように、各弦の固有座標  $\xi_r$  を用いてフーリエ展開したものが都合が良い。

$$N_P(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \prod_{r=1}^3 \frac{(z - z_r)}{\tilde{z} - z_r} \right)^P \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3P-3} \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2}$$

$$= \frac{1}{\alpha'} \delta_{rs} \left[ \theta(\tilde{\xi}_s - \xi_r) \sum_{n \geq -1+P} e^{-n(\tilde{\xi}_s - \xi_r)} - \theta(\xi_r - \tilde{\xi}_s) \sum_{n \geq 2-P} e^{-n(\xi_r - \tilde{\xi}_s)} \right]$$

$$- \frac{\alpha'}{\alpha_s^2} \sum_{\substack{n \geq -1+P \\ m \geq 2-P}} N_{Cnm}^{Prs} e^{n\xi_r + m\xi_s} \quad (3-2-37)$$



但し、 $z = z_r$   $p, \tilde{p}$  はそれぞれ弦  $r, s$  の領域にあるものとし、固有座標  $\zeta_r, \tilde{\zeta}_s$  と

$$\begin{cases} p(z) = \alpha_r \zeta_r + \tau_0 + i\beta_r \operatorname{sgn} \sigma_r \\ \tilde{p}(\tilde{z}) = \alpha_s \tilde{\zeta}_s + \tau_0 + i\beta_s \operatorname{sgn} \tilde{\sigma}_s \end{cases} \quad (3-2-38)$$

と書けるものとする。また、展開 (3-2-32) の中で  $N(p(z), \tilde{p}(\tilde{z}))$  のうち  $z = \tilde{z}$  での

特異性に対応する部分は一行目に抜き出してあった。従って、2行目の和は

$z = \tilde{z}$  での特異性を持たないようになっている。また、各項の和を取る範囲は、

$z, \tilde{z} \sim z_r$  での特異性を正しく再現するように定められている。

$z = \tilde{z}$  展開 (3-2-32) で定義されるフーリエ係数  $N_{c, nm}^{prs}$  について、いくつか

コシトして置く。まず、 $N_{c, nm}^{prs}$  は、定義より (3-2-32) よりコーシー積分

$$N_{c, nm}^{prs} = \frac{\alpha_s}{\alpha_r^2} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{\tilde{z}_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \times \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \right)^p \left( \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \right)^{3p-3} \left( \frac{dp(z)}{dz} \right)^2 \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^2 \quad (3-2-39)$$

により得られる。但し積分  $dz, d\tilde{z}$  はそれぞれ  $z_r, \tilde{z}_s$  をよめる経路に沿って積分する

ものとする。また、 $N(p, \tilde{p})$  が projective 変換に対して不変であること (3-2-38) から明らかのように固有座標

$\zeta_r, \tilde{\zeta}_s$  は  $z_r, \tilde{z}_s$  に依らないことから、 $N_{c, nm}^{prs}$  も  $z_r, \tilde{z}_s$  に依存しない。また定義式 (3-2-32) での  $N_{c, nm}^{prs}$  の前に

係数  $\left(\frac{\alpha_r}{\alpha_s^2}\right)$  をくくり出してあったのは  $\mathcal{C}(p), \tilde{\mathcal{C}}(\tilde{p})$  の定義式 (3-2-12) にある

係数  $\alpha_r, \alpha_s^{-2}$  を引き出してかくたが、便宜のためである。即ち、仮に

弦の固有座標系平面での  $N_p(\xi_r, \xi_s)$  なるものを考えることができたとき

重み1で展開されるように決めている。

(3-2-36) の関係を満たすような ghost vertex  $|V_{gh}(u, 2, 3)\rangle^P$  は、ように

定義した フーリエ係数  $N_{c, nm}^{Prs}$  を用いて

$$|V_{gh}(u, 2, 3)\rangle^P = \exp \left\{ \sum_{r, s=1}^3 \sum_{\substack{n, 2=1+P \\ m, 2=2-P}} N_{c, nm}^{Prs} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)} \right\} |\tilde{0}\rangle_1^P |\tilde{0}\rangle_2^P |\tilde{0}\rangle_3^P \quad (3-2-40)$$

の形に書くことができる。実際、これと、 $C(p), \bar{C}(\tilde{p})$  の定義式 (3-2-12) を用いると、

$${}^P\langle 0 | {}^P_1 \langle 0 | {}^P_2 \langle 0 | {}^P_3 \langle 0 | T C(p) \bar{C}(\tilde{p}) | V_{gh}(u, 2, 3) \rangle^P$$

$$= \delta_{rs} \left\{ \theta(\tilde{\xi}_s - \xi_r) {}^P\langle 0 | C(p) \bar{C}(\tilde{p}) |\tilde{0}\rangle^P - \theta(\xi_r - \tilde{\xi}_s) {}^P\langle 0 | \bar{C}(\tilde{p}) C(p) |\tilde{0}\rangle^P \right\}$$

$$+ {}^P\langle 0 | {}^P_1 \langle 0 | {}^P_2 \langle 0 | {}^P_3 \langle 0 | C^{(+)}(p) \bar{C}^{(+)}(\tilde{p}) | V_{gh}(u, 2, 3) \rangle^P$$

$$= \frac{1}{\alpha_r} \delta_{rs} \left[ \theta(\tilde{\xi}_s - \xi_r) \sum_{n, 2=1+P} e^{n(\xi_s - \xi_r)} - \theta(\xi_r - \tilde{\xi}_s) \sum_{m, 2=2-P} e^{-n(\xi_r - \tilde{\xi}_s)} \right]$$

$$- \frac{\alpha_r}{\alpha_s^2} \sum_{\substack{n, 2=1+P \\ m, 2=2-P}} N_{c, nm}^{Prs} e^{n\xi_r + m\xi_s}$$

$$= N_p(p, \tilde{p}) \quad (3-2-41)$$

となり、確かに関係式 (3-2-36) を再現することが確かめられる。但し

$= {}^P\langle 0 | C^{(+)} \bar{C}^{(+)} |$  は、 $C, \bar{C}$  のうちの描像  $P$  での消滅演算子部分を表わす。

さて、こうして接続条件 (3-1-11) を満たす ghost vertex  $|V_{gh}(123)\rangle^P$  が求まった。

これを (3-2-1~3) で与えた X 座標の部分と合わせて、

$$|V_0(123)\rangle^P = |V_X(1,2,3)\rangle \otimes |V_{gh}(123)\rangle^P \quad (3-2-42)$$

と書くことにしよう。

相互作用 vertex  $|V_0(123)\rangle^P$  は、接続条件 (3-1-11) を満たすとは、

上で議論した通りであるが、前節で解説したように、ゲージ不変な弦の

場の理論で必要な vertex は更に BRS 不変性の要求 (3-1-14) を

満たさなくてはならない。そこで、vertex  $|V_0(123)\rangle^P$  は一般には、BRS

不変でない。最後に、この節の残りの部分で、一般の描像  $P$  でどのようにすれば

$|V_0(123)\rangle^P$  から BRS 不変な相互作用 vertex  $|V(123)\rangle^P$  を作るのかをここで見る

かを証明抜きで与えることにする。そして、こうして作った vertex  $|V(123)\rangle$  が実際に

BRS 不変性 (3-1-14) を満たすとは、第 4 章で証明するようになる。

BRS 不変な vertex を構成するため、まず 1XT のようにして、相互

作用点の描像という概念を導入する。

仮に、ghost 場が vertex  $|V_0(1,2,3)\rangle^P$  と無関係に、 $z$ -平面全体で

定義されたとすると、 $\bar{C}(z)$ ,  $\bar{C}(z)$  は  $z=z_0$  のまわりで...

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{C}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n^{(z_0)} (z - z_0)^{1-n} \\ \bar{\mathcal{C}}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{c}_n^{(z_0)} (z - z_0)^{-2-n} \end{array} \right. \quad (3-2-43)$$

の形に展開可能<sup>\*</sup>なことがわかる。実際は  $\mathcal{C}(z), \bar{\mathcal{C}}(z)$  は vertex  $|V_0(1,2,3)\rangle^P$  の  $\pm z$  のみ

$z$ -平面全体で定義された関数とならせるのである。この展開は完全に定義されているとは

言えないのであるが、 $n=0$  については次章で詳しく議論するとして、 $n \neq 0$  は、

形式的に (3-2-43) の展開が意味を持つものとして話を進める。

$\mathcal{C}(z), \bar{\mathcal{C}}(z)$  が (3-2-43) のように展開できるとすると、 $N_P(z, \tilde{z})$  (3-2-35) が

$$z, \tilde{z} \sim z_0 \text{ での}$$

$$N_P(z, \tilde{z}) \sim (z - z_0)^{3-3P} \quad (3-2-44)$$

$z \sim z_0$

$$N_P(z, \tilde{z}) \sim (\tilde{z} - z_0)^{3P-3} \quad (3-2-45)$$

$\tilde{z} \sim z_0$

のような形を示すことから、 $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  は条件

$$\left\{ \begin{array}{l} c_n^{(z_0)} |V_{gh}(1,2,3)\rangle^P = 0 \quad n \geq -1 + 3P \end{array} \right. \quad (3-2-46)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{c}_n^{(z_0)} |V_{gh}(1,2,3)\rangle^P = 0 \quad n \geq 2 - 3P \end{array} \right. \quad (3-2-47)$$

を満たすことがわかる。これは、真空の定義 (2-4-4) より、丁度描像  $3P$  での

真空の定義と一致している。即ち ghost vertex  $|V_{gh}(1,2,3)\rangle^P$  は、 $z_0$  周りの

展開 (3-2-43) に関する振動子  $c_n^{(z_0)}, \bar{c}_n^{(z_0)}$  について、描像  $3P$  の真空と

<sup>\*</sup>)  $n=0$  のとき  $c_n^{(z_0)}$  は  $c_n^{(0)}$  の線形結合で表わされる。(第4章を参照)

4つある。BRS 不変な相互作用 vertex  $|V(123)\rangle^P$  は、

2つの相互作用点に2つの描像が conformal な描像。

$$\begin{cases} c_n^{(z_0)} |V(123)\rangle^P = 0 & n \geq 2 \\ \bar{c}_n^{(z_0)} |V(123)\rangle^P = 0 & n \geq -1 \end{cases} \quad (3-2-48)$$

となるように、 $|V_0(123)\rangle^P$  に描像変換演算子を掛ける=とにより得られる。<sup>\*</sup>

例えば  $P=0, P=2$  の場合は、

$$\begin{cases} |V(1,2,3)\rangle^{P=0} = \bar{c}_1^{(z_0)} \bar{c}_0^{(z_0)} \bar{c}_{-1}^{(z_0)} |V_0(1,2,3)\rangle^{P=0} & (3-2-49) \\ |V(1,2,3)\rangle^{P=2} = c_4^{(z_0)} \bar{c}_3^{(z_0)} c_2^{(z_0)} |V_0(1,2,3)\rangle^{P=2} & (3-2-50) \end{cases}$$

となる。また、展開 (3-2-43) と性質 (3-2-46, 47) より関係

$$\begin{cases} \bar{c}_0(z_0) \bar{c}_0'(z_0) \bar{c}_0''(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=0} \propto \bar{c}_1^{(z_0)} \bar{c}_0^{(z_0)} \bar{c}_{-1}^{(z_0)} |V_0(1,2,3)\rangle^{P=0} & (3-2-51) \\ \bar{c}_0(z) \equiv \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^3 \bar{c}(z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_2(z_0) \bar{c}_2'(z_0) \bar{c}_2''(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=2} \propto c_4^{(z_0)} \bar{c}_3^{(z_0)} c_2^{(z_0)} |V_0(123)\rangle^{P=2} & (3-2-52) \\ c_2(z) \equiv \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^3 c(z) \end{cases}$$

が成り立つことから (3-2-49, 50) は、

$$\begin{cases} |V(123)\rangle^{P=0} \propto \bar{c}_0(z_0) \bar{c}_0'(z_0) \bar{c}_0''(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=0} & (3-2-53) \\ |V(123)\rangle^{P=2} \propto c_2(z_0) \bar{c}_2'(z_0) \bar{c}_2''(z_0) |V_0(123)\rangle^{P=2} & (3-2-54) \end{cases}$$

\*1) のように BRS 不変な vertex がある種の真空があるという見方は 参考文献 22) で独立に与えられた

のように、 $z_0$ のまわりに関する振動子を用い"に表わすこともできる。

また  $P=1$  の場合は  $|V_0(1,2,3)\rangle^{P=1}$  が丁度 conformal な描像 (3-2-48) に

対応している。

$$|V(123)\rangle^{P=1} = |V_0(123)\rangle^{P=1} \quad (3-2-55)$$

である。

### 3-3 具体例: $P=1$ の場合.

この節では、前節で与えた ghost vertex の構成法を、具体的に  $P=1$  の描像の場合に、

詳しく調べることにする。

$P=1$  の描像の ghost 真空は、HIKKO の採用しているものと同じで

$$\begin{cases} c_n |\hat{0}\rangle^{P=1} = 0 & n \geq 0 \\ \bar{c}_n |\hat{0}\rangle^{P=1} = 0 & n \geq 1 \end{cases} \quad (3-3-1)$$

を満たす。<sup>6)</sup> この節では  $P=1$  の描像のみを扱うので、これ以降  $P=1$  の添字は省略する。

2. 前節の結果を、この場合にあてはめると、以下のようになる。まず

\* HIKKO の構成法では、 $\delta$ -関数から作った vertex に ghost 因子  $C(z_0)$  を掛ける

が必要であった。<sup>6)</sup> これは ghost vertex に対して、自然でないノミナ係数  $N_{nm}^S$  を用いておこなう。

$$N(z, \tilde{z}) = \frac{1}{z - \tilde{z}} \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \quad (3-3-2)$$

$$N(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = \left( \frac{dp}{dz} \right) \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-2} N(z, \tilde{z})$$

$$= - \frac{1}{z - \tilde{z}} \frac{z - z_0}{\tilde{z} - z_0} \left( \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{z}} \right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{\alpha_r} \delta_{rs} \left[ \theta(\xi_s - \xi_r) \sum_{n \geq 0} e^{-n(\xi_s - \xi_r)} - \theta(\xi_r - \xi_s) \sum_{n \geq 1} e^{-n(\xi_r - \xi_s)} \right]$$

$$- \frac{\alpha_r}{\alpha_s^2} \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} N_{cnm}^{rs} e^{n\xi_r + m\xi_s} \quad (3-3-3)$$

但し、 $z = z_0$

$$\left( \frac{dp}{dz} \right) = \sum_{r=1}^3 \frac{\alpha_r}{z - z_r} = A \frac{z - z_0}{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}, \quad A = \alpha_1(z_1 - z_3) + \alpha_2(z_2 - z_3) \quad (3-3-4)$$

を用いた。 ghost vertex は、これを用いた。

$$\left\{ \begin{aligned} |V_{gh}(1, 2, 3)\rangle &= \exp\{E_{gh}(1, 2, 3)\} |\tilde{\phi}_1 \tilde{\phi}_2 \tilde{\phi}_3\rangle \\ E_{gh}(1, 2, 3) &= \sum_{r,s=1}^3 \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} N_{cnm}^{rs} \tilde{c}_n^{(r)} c_m^{(s)} \end{aligned} \right. \quad (3-3-5)$$

となる。 BRS 不変な vertex は、前節の最後 2 つの  $T$ - $\bar{T}$  である。 したがって、

$$|V(1, 2, 3)\rangle = |V_x(1, 2, 3)\rangle \otimes |V_{gh}(1, 2, 3)\rangle \quad (3-3-6)$$

2 つと見られる。

- 又、HKKO も 2 の描像で、BRS 不変な vertex を構成して 113<sup>6)</sup> の形は

$$\begin{aligned} |V(1,2,3)\rangle &= |V_X(123)\rangle \otimes \hat{C}(P(z_0)) |V_{gh}^0(123)\rangle \\ &\equiv |V_X(123)\rangle \otimes |V_{gh}^{\text{tot}}(123)\rangle \end{aligned} \quad (3-3-7)$$

$$|V_{gh}^0(123)\rangle = \delta\left(\sum_{r=1}^3 \frac{\bar{c}_0^{(r)}}{\alpha_r}\right) \exp\{E_{gh}^0(123)\} |\tilde{\phi}_1\rangle |\tilde{\phi}_2\rangle |\tilde{\phi}_3\rangle \quad (3-3-8)$$

$$E_{gh}^0(123) = \sum_{r,s=1}^3 \sum_{n \geq 0} \sum_{m \geq 1} \left( -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)} \right) \quad (3-3-9)$$

と書ける。但し、2 の  $\bar{N}_{nm}^{rs}$  は Appendix B で与えられて 113  $|V_X(1,2,3)\rangle$  の中では

用いられて 113 のと同じ、1/2 係数で 2 がある。ある 117 彼らに依ると、 $|V_{gh}^{\text{tot}}(1,2,3)\rangle$

は、次の形に書き直さなくとも 2 になる。<sup>6)</sup>

$$\begin{aligned} |V_{gh}^{\text{tot}}(123)\rangle &= \hat{C}(P(z_0)) |V_{gh}^0(123)\rangle \\ &= \prod_{s=1}^3 \left( 1 - \sum_{n \geq 1} \left( -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \tilde{N}_{0m}^{rs} \bar{c}_0^{(r)} c_{-m}^{(s)} \right) \right) \exp\{E_{gh}^0(123)\} |\tilde{\phi}_1\rangle |\tilde{\phi}_2\rangle |\tilde{\phi}_3\rangle \\ &\quad - \exp\{E_{gh}^{\text{tot}}(123)\} |\tilde{\phi}_1\rangle |\tilde{\phi}_2\rangle |\tilde{\phi}_3\rangle \end{aligned} \quad (3-3-10)$$

$$\begin{aligned} E_{gh}^{\text{tot}}(123) &= \sum_{r,s=1}^3 \left\{ \sum_{n,m \geq 1} \left( -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m \geq 1} \left( -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \tilde{N}_{0m}^{rs} \bar{c}_0^{(r)} c_{-m}^{(s)} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3-3-11)$$

$$\tilde{N}_{0m}^{rs} = \sum_{k=0}^m \bar{N}_{m-k,k}^{ss} - \sum_{t \neq r} \bar{N}_{m0}^{st} \quad (3-3-12)$$

我々の処法で構成された vertex (3-3-5) が 2 の vertex と等しいことを

示すには 2 の関係式



$$\left\{ \begin{array}{l} N_{cnm}^{rs} = -\frac{\alpha_s}{a_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \quad n \neq 0 \end{array} \right. \quad (3-3-13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{com}^{rs} = -\frac{\alpha_s}{a_r} m \tilde{N}_{om}^{rs} \end{array} \right. \quad (3-3-14)$$

を示せば良い。Appendix C で示すように、この式は確かに成り立ち、2113 となる

わかる。2113 となる vertex (3-3-5) と HIKKO の vertex (3-3-10) は

等しいことがわかる。また、これにより、我々の構成法はこの場合、確かに

BRP 不変な vertex を与えることが示されたことになる。

最後に、2つの vertex (3-3-5) と (3-3-10) を見比べてみよう。一見しただけでは

ように、我々の構成法から得られた vertex は単なる接続条件の表現で、

何の余分な因子も掛ける必要がなかったのに対して、HIKKO の vertex (3-3-10)

では、ghost の因子  $\tilde{C}(p(z))$  を掛ける必要がある。これは、我々の構成法の

立場からして、次のように説明することができる。

まず HIKKO の vertex (3-3-10) のうち

$$|\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \equiv \exp\{E_{gh}^0(1,2,3)\} |\tilde{\sigma}_1 \tilde{\sigma}_2 \tilde{\sigma}_3\rangle \quad (3-3-15)$$

の部分について、前節でやったように、期待値

$$N(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) \equiv \langle 0 | \xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 \tilde{C}(p) \tilde{C}(\tilde{p}) | \tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-3-16)$$

を計算しよ

$$N(p(z), \tilde{p}(\tilde{z})) = - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-1} \quad (3-3-17)$$

あるいは

$$\begin{aligned} N(z, \tilde{z}) &= - \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{dp(z)}{dz} \right)^{-1} \left( \frac{d\tilde{p}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right) \\ &= - \frac{1}{z - \tilde{z}} \frac{\prod_{r=1}^3 (z - z_r)}{\prod_{r=1}^3 (\tilde{z} - z_r)} \frac{\tilde{z} - z_0}{z - z_0} \end{aligned} \quad (3-3-18)$$

となる。前節で考察したように、 $n=3$  点関数は projective 変換に対して

不変である。 $n=2$  は、HIKKO による、既に指摘した通り<sup>6)</sup> (3-3-18) の

フーリエ係数  $\bar{N}_{nm}^{rs}$  は無限小 projective 変換

$$\delta z_r = \delta\alpha + \delta\beta \cdot z_r + \delta\gamma \cdot z_r^2 \quad (3-3-19)$$

に対して、

$$\left\{ \begin{aligned} \delta \bar{N}_{00}^{rs} &= \delta\beta + \delta\gamma (z_r + z_s) \\ \delta \bar{N}_{0m}^{rs} &= \delta\gamma \frac{1}{m} \oint_{z_s} \frac{dz}{2\pi i} e^{-m \tilde{z}_s(z)} \quad (n \geq 1) \\ \delta \bar{N}_{nm}^{rs} &= 0 \quad (n, m \geq 1) \end{aligned} \right. \quad (3-3-20)$$

のように変換するとは知られた<sup>6)</sup>  $n=4$  から vertex  $|\tilde{V}_{gh}(123)\rangle$  は

無限小 projective 変換 (3-3-19) のもとで

$$\delta |\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle = \left(\sum_{r=1}^3 \frac{\bar{c}_0^{(r)}}{\alpha_r}\right) (-\delta\gamma \cdot \sum_{s=1}^3 \sum_{m \geq 1} \alpha_s \oint \frac{dz}{2\pi i} e^{-m\zeta_s(z)} \cdot c_{-m}^{(s)}) |\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-3-21)$$

と変換する=とわかる。=の变化分は、 $\left(\sum_{r=1}^3 \frac{\bar{c}_0^{(r)}}{\alpha_r}\right)$  に比例してゐる。 (3-3-8) の

$$|V_{gh}^0(1,2,3)\rangle = \delta \left(\sum_{r=1}^3 \frac{\bar{c}_0^{(r)}}{\alpha_r}\right) |\tilde{V}_{gh}(1,2,3)\rangle \quad (3-3-22)$$

は、結局 projective 変換のもとで不変である=とわかる。HILKOW. =の

に、我々とは多少異なる。たゞ、projective 不変な vertex を得てゐる

のである。次に、これより得られた vertex  $|V_{gh}^0(1,2,3)\rangle$  から BRJ 不変な vertex を

構成する=を考えた。

(3-3-18) からわかるように、 $|V_{gh}^0(1,2,3)\rangle$  は、相互作用点の描像に於いて、

$$\begin{cases} c_n^{(20)} |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle = 0 & n \geq 3 \\ \bar{c}_n^{(20)} |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle = 0 & n \geq -2 \end{cases} \quad (3-3-23)$$

となり、conformal な描像 (3-2-48) から得られる。従つて、これは

BRJ 不変な vertex を得るに、これは conformal な描像になるように

描像変換演算子を掛けてやらなければならぬ。即ち、

$$\begin{aligned} |V_{gh}(1,2,3)\rangle &= c_2^{(20)} |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \\ &= \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) \hat{C}(z) |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \\ &\propto \lim_{z \rightarrow z_0} \left(\frac{d^p}{dz}\right) \hat{C}(z) |V_{gh}^0(1,2,3)\rangle \end{aligned}$$

$$= \mathcal{C}(p(20)) |V_{gh}(123)\rangle \quad (3-3-24)$$

が BRJ 不変な vertex として得られる。これは確かに HIKKO の与えた

BRJ 不変な vertex (3-3-10) と一致している。この我々の構成法の立場

から HIKKO の vertex を再解釈してやると、結局彼らは projective 不変<sup>\*)</sup>

な 12 点関数 (3-3-12) から出発したために、その代償として、ghost 因子  $\mathcal{C}(p(20))$  が

必要であったことがわかる。もちろん、この節で証明したように、どちらの構成法を用いても

結局同じ BRJ 不変な vertex が得られる。

### 3-4 自由項の構成について

相互作用を考えない場合、弦の場の理論の自由項は、補助場の入れ方

に応じて、いくつかの異なる形に書くことができる。ところが、弦の理論として、自然な

相互作用<sup>\*)</sup>を考へようとするとき、その形は 3-1 節で説明したような  $SO(2,1)$  の形に

限られてしまう。また、原幾何学的な弦の場の理論では、基本的な作用は、相互

作用項のみから成っている。このように弦の場の理論では、自由項より、相互作用項

の方がより基本的であると考えることができる。そこで、この節では、この立場に

立て、3-2 節で構成した BRJ 不変な相互作用 vertex から、さらに

\*) 例えば、ここで考へられているように、弦が途中から入ったり、またつながらたりする相互作用

対応した自由項を構成する方法について  $E=1$  の描像の場合を例にとり、  
議論する。

まず最初に、一般の描像で考察する。一般に、運動量と長さを  
持たない ( $p_i = \alpha = 0$ ) ような状態  $\mathbb{P}$  の BRS 不変性の条件

$$\mathbb{P} \in |Q_B^{(1)} = 0 \quad (3-4-1)$$

を満たすような状態  $\mathbb{P} \in I$  が存在すると仮定しよう。こうすると  $\mathbb{P}$  の状態  $\mathbb{P} \in I$

を用いることにより、BRS 不変な vertex から、BRS 不変な reflector

$$|ref(2,3)\rangle^{\mathbb{P}} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \mathbb{P} \langle \epsilon | V(1,2,3) \rangle^{\mathbb{P}} \Big|_{p_i^{\alpha} = 0} \quad (3-4-2)$$

$$\sum_{r=2}^3 Q_B^{(r)} |ref(2,3)\rangle^{\mathbb{P}} = 0 \quad (3-4-3)$$

を構成する二つが出来る。二つ BRS 不変性 (3-4-3) は、相互作用 vertex の

BRS 不変性

$$\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(1,2,3)\rangle^{\mathbb{P}} = 0 \quad (3-4-4)$$

と、状態  $\mathbb{P} \in I$  の BRS 不変性 (3-4-1) から容易に示すことが出来る。

描像  $\mathbb{P}$  の自由項は、二つ  $|ref(2,3)\rangle^{\mathbb{P}}$  を用いて、一般に

$$N_0^{\mathbb{P}} = \int d^2z d^3z \langle \Phi(2) \mathbb{P} \Phi(3) | Q_B^{(2)} |ref(2,3)\rangle^{\mathbb{P}} \quad (3-4-5)$$

という形に書けると期待される。実際、 $|ref(2,3)\rangle^{\mathbb{P}}$  の BRS 不変性 (3-4-3) から

作用 (3-4-5) は、相互作用のない場合のゲージ変換 (3-1-8) の基で不変である

ことが分かる。もちろん、実際に、(3-4-5) が正しい自由弦理論を与えるかどうか

は、一般には更に詳しく調べる必要がある。ここでは、具体的に  $P=1$  の描像

の場合に、上の如法により正しい自由項が得られることを示すことにしよう。

$P=1$  の描像では、BRS 不変な状態  $\langle e |$  とし、次のものが考えられる。

$$P=1 \langle e | = \frac{P=1}{-} \langle 0 | \bar{c}_1 \quad (3-4-6)$$

実際

$$P=1 \langle e | Q_B = \langle 0 | (-\alpha_1 \cdot p + \frac{1}{2} c_0 \bar{c}_1 p^2)$$

$$= 0$$

$$(p_\mu = 0 \text{ とき}) \quad (3-4-7)$$

と、2 条件 (3-4-1) を満たして 1 3。この状態を使うと。

$$P=1 \langle e | V(2,3) \rangle_{P=1}^{P=1} = \sum_{r,s=2,3} \sum_{n \geq 0} N_{c n 1}^{r s} \bar{c}_{-n}^{(r)} \exp \{ E_x(2,3) + E_{gh}(2,3) \} | 0 \rangle_{23} \otimes | \tilde{0} \rangle_{23}^{P=1} \\ \times \mu(1,2,3) (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_2 + p_3) \delta(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \quad (3-4-8)$$

$$E_x(2,3) = \frac{1}{2} \sum_{r,s=2}^3 \sum_{n,m \geq 0} \bar{N}_{n m}^{r s} \alpha_{-n}^{(r)} \cdot \alpha_{-m}^{(s)} \quad (3-4-9)$$

$$E_{gh}(2,3) = \sum_{r,s=2}^3 \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m \geq 1}} N_{c n m}^{r s} \bar{c}_{-n}^{(r)} c_{-m}^{(s)} \quad (3-4-10)$$

$$\mu(1,2,3) = \exp \left\{ - \left( \sum_{r=1}^3 \alpha_r \ln |\alpha_r| \right) \sum_{s=1}^3 \frac{1}{\alpha_s} \right\} \quad (3-4-11)$$

と一致するとかかれる。更に、(3-3-13.14)と、参考文献'6)で与えられ、 $\alpha_1 \rightarrow 0$  の

極限に対する  $N_{nm}^{rs}$  の公式を用いると、 $|\text{ref}(2,3)\rangle^{P-1}$  は、

$$\begin{aligned} |\text{ref}(2,3)\rangle^{P-1} &= \lim_{\alpha_1 \rightarrow 0} {}^{P-1}\langle \text{ref}(1,2) | \rangle^{P-1} \\ &= (\bar{c}_0^{(2)} - \bar{c}_0^{(3)}) \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-)^{n+1} \left( \frac{1}{n} \alpha_{-n}^{(2)} \alpha_{-n}^{(3)} + \bar{c}_{-n}^{(2)} c_{-n}^{(3)} + \bar{c}_{-n}^{(3)} c_{-n}^{(2)} \right) \right\} |0\rangle_3 \otimes |\tilde{0}\rangle_3^{P-1} \\ &\quad \times (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_2 + p_3) \delta(\alpha_2 + \alpha_3) \end{aligned} \quad (3-4-12)$$

という形になる。これは丁度 HIKKO が reflector として用いたのと同じで、

ある。また、この reflector に対応して、逆 reflector を

$$\begin{aligned} {}^{P-1}\langle \text{ref}(1,2) | &= {}_{12}\langle 0 | \otimes {}_{12}\langle 0 | \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-)^{n+1} \left( \frac{1}{n} \alpha_{+n}^{(1)} \alpha_n^{(2)} + c_n^{(1)} \bar{c}_n^{(2)} + c_n^{(2)} \bar{c}_n^{(1)} \right) \right\} \\ &\quad \times (c_0^{(1)} + c_0^{(2)}) (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_1 + p_2) \delta(\alpha_1 + \alpha_2) \end{aligned} \quad (3-4-13)$$

で定義すると、これは次の意味で  $|\text{ref}(2,3)\rangle^{P-1}$  の逆と一致する。

$$\begin{aligned} {}^{P-1}\langle {}_1\delta(1,3) \rangle_3^{P-1} &\equiv \int dz {}^{P-1}\langle \text{ref}(1,2) | | \text{ref}(2,3) \rangle_3^{P-1} \\ &= {}_1\langle 0 | \otimes {}_1\langle 0 | \exp \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} \alpha_{-n}^{(3)} \alpha_n^{(1)} + c_{-n}^{(3)} \bar{c}_n^{(1)} + \bar{c}_{-n}^{(3)} c_n^{(1)} \right) + \bar{c}_0^{(3)} c_0^{(1)} \right\} |0\rangle_3 |\tilde{0}\rangle_3^{P-1} \\ &\quad \times (2\pi)^{d+1} \delta^d(p_1 - p_3) \delta(\alpha_1 - \alpha_3) \end{aligned} \quad (3-4-14)$$

$$\int d\alpha {}^{P-1}\langle {}_1\delta(1,3) \rangle_3^{P-1} |\Phi(1)\rangle_1^{P-1} = |\Phi(3)\rangle_3^{P-1} \quad (3-4-15)$$

すなわち、reflector が得られると、次の関係式におき、ref の弦場  $|\Phi\rangle$

を考えるとかできる。

$$|\Phi(1)\rangle_1^{P=1} = \int d^2 z_2^{P=1} \Phi(2) |ref(1,2)\rangle_1^{P=1} \quad (3-4-16)$$

また、逆の関係式として、(3-4-14, 15) より、

$${}_2^{P=1} \langle \Phi(2) | = \int d^1 z_1^{P=1} \langle ref(1,2) | |\Phi(1)\rangle_1^{P=1} \quad (3-4-17)$$

から得らる。<sup>\*</sup>

さて、以上の結果を用いると、今の場合、弦の自由項 (3-4-5) は

$$\begin{aligned} J_0^{P=1} &= \int d^2 z d^3 z_2^{P=1} {}_2^{P=1} \langle \Phi(2) | {}_3^{P=1} \langle \bar{\Phi}(3) | Q_B^{(2)} | ref(2,3) \rangle^{P=1} \\ &= \int d^2 z_2^{P=1} {}_2^{P=1} \langle \Phi(2) | Q_B^{(2)} | \Phi(2) \rangle_2^{P=1} \end{aligned} \quad (3-4-18)$$

となり、これは確かに 3-1節で解説した自由項 (3-1-6) と一致している。

<sup>\*</sup> これは関係式 (1) を定義するときには reflector (3-4-11) の存在が必要である。



## 第4章 相互作用 vertex の BRs 不変性

2章では、前章で構成された BRs 不変な vertex が実際に、BRs 不変性の条件 (3-1-14) を満たすことを 2つの異なる証明法を用いて証明する。

具体的証明に入る前に、前章で与えた BRs 不変な vertex の性質について。

もう一度簡単に、振り返る。一般の描像  $P$  において、BRs 不変な vertex は

$$|V(1,2,3)\rangle^P = |V_X(1,2,3)\rangle \otimes G^P(\sigma_1) |V_{gh}(1,2,3)\rangle^P \quad (4-1)$$

という形をしている。但し、ここで  $G^P(\sigma_1)$  は、相互作用点の描像に関する描像変換

演算子で、相互作用点  $z=z_0$  周りの展開

$$\begin{cases} c(z) = \sum_n c_n^{(z_0)} (z-z_0)^{1-n} \\ \bar{c}(z) = \sum_n \bar{c}_n^{(z_0)} (z-z_0)^{-2-n} \end{cases} \quad (4-2)$$

において定義される振動子  $c_n^{(z_0)}, \bar{c}_n^{(z_0)}$  に関して、vertex  $|V(1,2,3)\rangle^P$  が conformal 変換の真空

描像の真空

$$\begin{cases} c_n^{(z_0)} |V(1,2,3)\rangle^P = 0 & n \geq 2 \\ \bar{c}_n^{(z_0)} |V(1,2,3)\rangle^P = 0 & n \geq -1 \end{cases} \quad (4-3)$$

として振る舞う。という条件において決定されている。これからわかるように、(4-3) は

任意の描像  $P$  における vertex  $|V(1,2,3)\rangle^P$  が持つ共通の性質である。

#### 4-1 BR 不変な vertex の唯一性

最初に、(4-2) 式に従って導入される振動子  $c_n^{(z_0)}$ ,  $\bar{c}_n^{(z_0)}$  について、もう少し詳しく

考察してみよう。もし、ghost 場  $C(z)$ ,  $\bar{C}(z)$  が通常の解析的な場だとしたら、

展開 (4-2) は、意味を持ち、振動子  $c_n^{(z_0)}$ ,  $\bar{c}_n^{(z_0)}$  は (4-2) により完全に定義される

ことになる。ところが、前章で議論したように、 $C(z)$ ,  $\bar{C}(z)$  は vertex  $|V(4.2.3)\rangle^P$  の

上でのみ  $z$ -平面全体で定義された場とみなすことが出来る。そのため、 $c_n^{(z_0)}$ ,  $\bar{c}_n^{(z_0)}$

を厳密な意味で定義するには、もう少し詳しい考察が必要である。

そこで、まず  $c_n^{(z_0)}$  を正確に定義するにはどうしたら良いかを考えてみよう。

一番最初に考えられるのは、 $C(z)$  は vertex の上では、解析的な場と考え

られるので、単純に、vertex の上でのジョーシ-積分

$$c_n^{(z_0)} |V(4.2.3)\rangle^P = \oint_{z_0} \frac{dz}{2\pi i} (z-z_0)^{n-2} C(z) |V(4.2.3)\rangle^P \quad (4-1-1)$$

を、 $c_n^{(z_0)}$  の定義式とみなすことができる。但し、この積分は  $z_0$  のまわりを回る経路

に沿って行うものとする。しかし、この式では、性質 (4-3) により  $c_n^{(z_0)}$  の消滅

演算子の部分に対しては、両辺は恒等的にゼロになる、という、定義として

になる。従って、何とか vertex と独立に  $c_n^{(z_0)}$  を定義することは

考えなくてはならない。そこで、

$$C_n^{(z_0)} = \oint_{z_0} \frac{dz}{2\pi i} (z - z_0)^{n-2} C(z) \quad (4-1-2)$$

を  $C_n^{(z_0)}$  の定義とすると考えよう。  $n=0$  のとき、  $C(z)$  は  $z$ -平面全体で定義された

解析的な場とみなすことができる。右辺の積分は積分の経路をどう

取るかに依存する。即ち  $C_n^{(z_0)}$  の定義には積分経路の選定に対応して、不定性

が存在するようになる。しかし、  $n=0$  の目的に対しては、適当な経路を一つ固定して

考えれば十分なので。以下では  $p$ -平面で図 7 に対応する経路に固定して考える

ことになる。  $z$ -平面での積分経路は、これから Mandelstam 写像 (3-2-8) に従って

得られる。  $n$  のように積分経路を選ぶと、(4-1-2) は

$$C_n^{(z_0)} = \sum_{r=1}^3 \oint_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} (z - z_0)^{n-2} C^{(r)}(z) \quad (4-1-3)$$

のように書き直すことができる。  $n=0$  の各項の積分経路  $C_r$  は、図 7 で示されているように

全体の経路のうち弦  $r$  の領域の部分である。本平な経路についての積分は、  $C^{(r)}$  の

周期性により、上と下の経路についての積分で

相殺する。また  $C^{(r)}(z)$  は、  $C(z)$  を各弦の領域

1 制限したもので、定義 (3-2-12) から明らか

のように、各弦についての振動子  $C_n^{(r)}$  を用いて

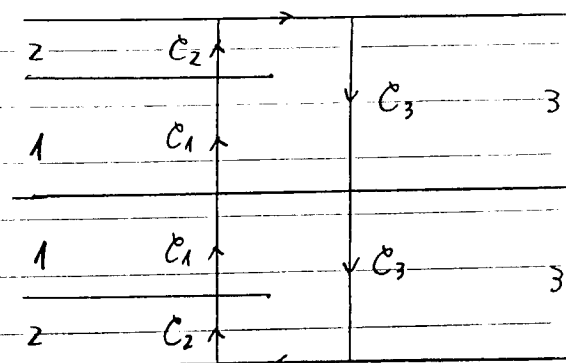


図 7.  $p$ -平面での積分経路。  $z$ -平面での積分経路は、これから Mandelstam 写像に従って得られる

$$\phi^{(r)}(z) = \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^{-1} \phi^{(r)}(\rho)$$

$$= \alpha_r \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^{-1} \sum_n c_n^{(r)} e^{n\zeta_r(z)} \quad (4-1-4)$$

のように展開するとはかゝる。これは、(4-1-3)に於て、 $c_n^{(20)}$  を  $\{c_n^{(r)}\}$  ( $r=1,2,3$ )

を用いて

$$c_n^{(20)} = \sum_{r=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{nm}^{(r)} c_m^{(r)} \quad (4-1-5)$$

$$a_{nm}^{(r)} = \alpha_r \int_{C_r} \frac{dz}{z\pi i} \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^{-1} e^{m\zeta_r(z)} (z-z_0)^{n-2} \quad (4-1-6)$$

のように定義するとはかゝる。こゝでは、これを振動子  $c_n^{(20)}$  の厳密な定義と

考えることにする。

12.  $c_n^{(20)}$  の定義式 (4-1-5) をよく見てみると、これは一見、 $c_n^{(20)}$  と

$\{c_n^{(r)}\}$  ( $r=1,2,3$ ) との間、Bogoliubov 変換の形をしてゐることはわかる。こゝでは

次に、これが確かに Bogoliubov 変換であることを示すことにしよう。

(4-1-5) が Bogoliubov 変換であることを示すためには、行列  $a_{nm}^{(r)}$  が

逆行列を持つことを示さなければならぬ。こゝでは、それを直接示す代わりに、

$c_m^{(r)}$  を  $c_n^{(20)}$  を用いて表わす表式を与えることにする。

今、弦  $r$  の領域に制限した場  $\phi^{(r)}(z)$  はこの領域内では解析的な

場とみなせるか?

$$c_n^{(r)}(z) = \sum_n c_n^{(z_0)} (z - z_0)^{1-n} \quad (\text{但し } z \text{ は弦の領域内}) \quad (4-1-7)$$

のように展開するとはかできる。一応、(4-1-4)より  $c_n^{(r)}(z)$  は振動子  $c_n^{(r)}$  を用いて

展開するともできる。(4-1-4)より

$$c_n^{(r)} = \frac{1}{\alpha_r} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma}{2\pi} \left( \frac{dp}{dz} \right)^2 e^{-n\zeta_r} c_n^{(r)}(z) \quad (4-1-8)$$

である。ところが、図2のように積分経路を選んだおかげで、これは、経路積分

$$c_n^{(r)} = \left( \frac{1}{\alpha_r} \right)^2 \int_{\mathcal{C}_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{dp}{dz} \right)^2 e^{-n\zeta_r(z)} c_n^{(r)}(z) \quad (4-1-9)$$

に書き直すとはかできる。従って、これは、展開(4-1-7)より  $c_n^{(r)}$  は  $c_n^{(z_0)}$  を用いて

$$c_n^{(r)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{nm}^{(r)} c_m^{(z_0)} \quad (4-1-10)$$

$$B_{nm}^{(r)} = \left( \frac{1}{\alpha_r} \right)^2 \int_{\mathcal{C}_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{dp}{dz} \right)^2 e^{-n\zeta_r(z)} (z - z_0)^{1-m} \quad (4-1-11)$$

のように表わすとはかできる。従って、(4-1-5)の行列  $a_{nm}^{(r)}$  は確かに逆行列

$B_{nm}^{(r)}$  を持つとはわかる。

また、同様の方法で anti-ghost の振動子  $\bar{c}_n^{(r)}$  と  $\bar{c}_n^{(z_0)}$  の間にも、

$$\bar{c}_n^{(z_0)} = \sum_{r=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{a}_{nm}^{(r)} \bar{c}_m^{(r)} \quad (4-1-12)$$

$$\bar{a}_{nm}^{(r)} = \left( \frac{1}{\alpha_r} \right)^2 \int_{\mathcal{C}_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{dp}{dz} \right)^2 e^{m\zeta_r(z)} (z - z_0)^{nm} \quad (4-1-13)$$

あるいは、

$$\bar{c}_n^{(r)} = \sum_{m=-r}^r \bar{B}_{nm}^{(r)} \bar{c}_m^{(20)} \quad (4-1-14)$$

$$\bar{B}_{nm}^{(r)} = \alpha_r \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^{-1} e^{-n\zeta_r(z)} (z-z_0)^{-2-m} \quad (4-1-15)$$

という関係があることを示すことができる。=9ようにして、ghostの振動子。

$\{c_n^{(1)}, c_n^{(2)}, c_n^{(3)}, \bar{c}_n^{(1)}, \bar{c}_n^{(2)}, \bar{c}_n^{(3)}\}$  と  $\{c_n^{(20)}, \bar{c}_n^{(20)}\}$  は Bogoliubov 変換で関係していること

がわかった。=10を言い換えれば、BRs 不変な vertex は、真空  $|0\rangle_{23}^P \equiv |0\rangle_1^P \otimes |0\rangle_2^P \otimes |0\rangle_3^P$

を Bogoliubov 変換して得られる conformal な真空  $|0\rangle_{23}^0$  とみなすことができる\*1) と

いうことができる。=9=とから次の結論が導かれる。

今、3つの弦の Fock 空間の直接積から成るような空間において、 $\{c_n^{(1)}, c_n^{(2)}, c_n^{(3)}, \bar{c}_n^{(1)}, \bar{c}_n^{(2)}, \bar{c}_n^{(3)}\}$

は完全系となっており、=10は (描像を一つ固定したとき) 真空を唯一つ  $|0\rangle_{23}^P$  に定める。

一方、 $\{c_n^{(20)}, \bar{c}_n^{(20)}\}$  は、上の振動子と Bogoliubov 変換で関係していること、やはり

完全系であり、条件(4-3)において、Bogoliubov 変換された真空、即ち BRs 不変な

vertex を唯一つに定める。=9=とは、即ち、異なる描像の真空の上に構成された

BRs 不変な vertex は、見かけは異なるが、実は同じ状態であるという

ことを意味する。

\*1) =9ように、BRs 不変な vertex と通常の Fock 真空  $|0\rangle_{23}$  とが Bogoliubov 変換で関係している

という考えを、=12、そのことと BRs 不変性との関係は最初 細谷と糸川により述べられた。<sup>22)</sup>

以上のようにして 異なる描像の上に構成された BRN 不変な vertex は、実は  
全く同じ状態であることが証明された。ところが、一先我々は、3-3 節で述べたように、  
特に  $E=1$  の上に構成された vertex は HIKKO の与えたものと一致し、確かに BRN 不変性  
の条件を満たすことを知り、2-1-3 の 2、2 において、任意の描像の上に構成された  
vertex が確かに BRN 不変性の条件を満たすことが証明されたことになる。

#### 4-2 直接的な証明：改善された経路積分の方法

前節では、vertex の唯一性から、一般の描像  $z$  の vertex が BRN 不変で  
あることを証明したが、この節では、別の証明として、vertex の性質 (4-3) から直接  
BRN 不変性を証明することができる。

まず、BRN charge (3-1-2) の場による表式<sup>\*</sup>

$$Q_B = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma}{2\pi} \left[ : \dot{C}(\sigma) (-A^2(\sigma) - 2i \frac{d\dot{C}(\sigma)}{d\sigma} \dot{C}(\sigma)) : + 2\alpha'(\sigma) \dot{C}(\sigma) \right] \quad (4-2-1)$$

から出発する。但しここで normal ordering は、 $E=1$  の描像の真空に対して行うことができる。

最初に (4-2-1) を、normal ordering を使わない形に書き直す。Wick の定理より、

一般の場合  $\theta(\sigma)$ ,  $\theta'(\sigma)$  に対して、

<sup>\*</sup> 場  $A(\sigma)$  の定義については Appendix A を参照

$$:\mathcal{O}(\sigma)\mathcal{O}(\sigma'):=\mathcal{O}(\sigma)\mathcal{O}(\sigma')-\langle 0|\mathcal{O}(\sigma)\mathcal{O}(\sigma')|0\rangle \quad (4-2-2)$$

が成り立つから、これを利用して、(4-2-1)の normal ordering を

$$\begin{aligned} :A(\sigma)A(\sigma): &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [A(\sigma) \cdot A(\sigma+\delta) - \langle 0|A(\sigma)A(\sigma+\delta)|0\rangle] \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [A(\sigma) \cdot A(\sigma+\delta) + \frac{d}{\delta^2}] + \frac{d}{12} \end{aligned} \quad (4-2-3)$$

$$\begin{aligned} : \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma) : &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [ \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma+\delta) - \langle 0| \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma+\delta) |0\rangle ] \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} [ \frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma} \bar{\mathcal{C}}(\sigma+\delta) + \frac{i}{\delta^2} ] + \frac{i}{12} \end{aligned} \quad (4-2-4)$$

のように書き直す<sup>\*</sup>。但し  $==$  は  $A \cdot A = A^\mu A_\mu$ ,  $d$  は次元の次元  $d$  として  $\delta$  は実の定数<sup>2)</sup>。

同一点での場の積については point splitting の正規化を用いた。

次に、 $\sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(123)\rangle^P$  を計算する。  $Q_B^{(r)}$  に対して、(4-2-3, 4) を用いて書き直した

表式を使うとこれは、

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(123)\rangle^P &= \left[ \sum_{r=1}^3 \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} \lim_{\delta_r \rightarrow 0} \left\{ \mathcal{C}^{(r)}(\sigma_r) \left( -A(\sigma) \cdot A(\sigma+\delta) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2i \frac{d\mathcal{C}^{(r)}(\sigma_r)}{d\sigma_r} \bar{\mathcal{C}}(\sigma_r+\delta_r) - \frac{(d-2)}{\delta_r^2} \right) \right\} \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^3 \left( d(10) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} \mathcal{C}^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(123)\rangle^P \end{aligned} \quad (4-2-5)$$

と書くことが出来る。今、正規化の1/5  $\times$   $\delta_r$   $\in$   $d\sigma_r = \delta$  かつ  $\sigma_r$  の弦に共通になる

ように選ぶと (4-2-5) の右辺は  $\beta$ -平面での経路積分で

<sup>\*</sup>)  $\frac{d\mathcal{C}(\sigma)}{d\sigma}$  はゼロモードを持たないが  $\mathcal{C}(\sigma)$  と  $\bar{\mathcal{C}}(\sigma)$  の間の normal ordering は考える必要がない。



$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(123)\rangle^P &= \left[ \frac{1}{2} \oint_{C_p} \frac{dp}{2\pi i} \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ C(p) \left( -A(p) \cdot A(p+i\delta) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + 2 \frac{dC(p)}{dp} \bar{C}(p+i\delta) - \frac{(d-2)}{\delta^2} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^3 \left( \alpha(1) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(123)\rangle^P \end{aligned} \quad (4-2-6)$$

と表わすことができる。あるいは、Mandelstam 写像を使うと、

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(123)\rangle^P &= \left[ \frac{1}{2} \oint_{C_z} \frac{dz}{2\pi i} \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ C(z) \left( -\left(\frac{dz'}{dz}\right) A(z) \cdot A(z') \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + 2 \left(\frac{dz'}{dz}\right)^2 \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') - \left(\frac{dp}{dz}\right)^2 \frac{(d-2)}{\delta^2} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^3 \left( \alpha(1) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(123)\rangle^P \end{aligned} \quad (4-2-7)$$

と書くこともできる。但し、 $C_p, C_z$  はそれぞれ  $\square$  又、あるいは、 $\triangle$  と

Mandelstam 写像に対応する  $p, z$ -平面上の経路とする。また (4-2-7) で  $z'$  は

$$p(z') = p(z) + i\delta \quad (4-2-8)$$

を満たすようなものとする。

さて、次に、(4-2-7) を新しい normal ordering. 即ち  $c_n^{(20)}, \bar{c}_n^{(20)}, \alpha_n^{(20)}$

に関する normal ordering の形に書き直す。但し、 $c_n^{(20)}, \bar{c}_n^{(20)}$  は 前節で定義した相互

作用点、まわりの展開に用いた振動子である。また  $\alpha_n^{(20)}$  は、場  $A^\mu(z)$  に、ghost と

同様に導入するに与えられる振動子であり  $\alpha_n^{(11)}$  を用いて、

$$\alpha_n^{\mu(z_0)} = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{nm}^{(r)} \alpha_m^{\mu(r)}$$

$$A_{nm}^{(r)} = \frac{1}{\alpha_r} \int_{C_r} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{dp}{dz} \right) e^{m \zeta_r(z)} (z-z_0)^n \quad (4-2-9)$$

$$A(z) = \sum_n \alpha_n^{\mu(z_0)} (z-z_0)^{-1-n} \quad (z \in C_r \text{ とす})$$

のように定義されるものとする。すなわち  $\alpha_n^{\mu(z_0)}$  については、第3章と同じ考察をする。

vertex  $|V(123)\rangle^P$  は、 $n$  振動子に相当する。

$$\alpha_n^{\mu(z_0)} |V(123)\rangle^P = 0 \quad n \geq 0 \quad (4-2-10)$$

を満足するとはわかる。

新しい normal ordering は、やはり Wick の定理から

$$:\mathcal{O}(z)\mathcal{O}'(z'):_0 = \mathcal{O}(z)\mathcal{O}'(z') - \underset{z_0}{\langle \tilde{\mathcal{O}} | \mathcal{O}(z)\mathcal{O}'(z') | 0 \rangle_{z_0}} \quad (4-2-11)$$

と書くことが出来る。但し  $z=z'$  の場合は

$$(\alpha_{n-1}^{(z_0)}, c_{n+1}^{(z_0)}, \bar{c}_{n-2}^{(z_0)}) |0\rangle_{z_0} = 0 \quad n \geq 1 \quad (4-2-12)$$

を満足する真空で、 $\underset{z_0}{\langle \tilde{\mathcal{O}} |}$  はその共役

$$\underset{z_0}{\langle \tilde{\mathcal{O}} |} (\alpha_{n-1}^{(z_0)}, c_{n+1}^{(z_0)}, \bar{c}_{n-2}^{(z_0)}) = 0 \quad n \leq 0$$

$$\underset{z_0}{\langle \tilde{\mathcal{O}} |} |0\rangle_{z_0} = 1 \quad (4-2-13)$$

がある。もちろん、3つの場の積に対しては、Wick の定理は、

$$:\vartheta(z)\vartheta'(z')\vartheta''(z''):=\vartheta(z)\vartheta'(z')\vartheta''(z'')-\vartheta(z)\underset{z_0}{\leq}\tilde{\sigma}|\vartheta'(z')\vartheta''(z'')|0\rangle_{z_0}.$$

$$-(-)^{|\vartheta|}\vartheta'(z)\underset{z_0}{\leq}\tilde{\sigma}|\vartheta(z)\vartheta''(z'')|0\rangle_{z_0}$$

(4-2-14)

$$-\underset{z_0}{\leq}\tilde{\sigma}|\vartheta(z)\vartheta'(z')|0\rangle_{z_0}\vartheta''(z'')$$

とわかる。但し  $(-)^{|\vartheta|}$  は演算子  $\vartheta$  が bose 的なら +1, fermi 的なら -1 を表わす

とわかる。更に (4-2-2) では  $z, z'$  両方とも経路  $C$  上の点, なる  $z$  を展開

$$A^n(z) = \sum_n \alpha_n^{(z_0)} (z-z_0)^{-1-n}$$

$$C(z) = \sum_n c_n^{(z_0)} (z-z_0)^{1-n}$$

$$\bar{C}(z) = \sum_n \bar{c}_n^{(z_0)} (z-z_0)^{-2-n}$$

(4-2-15)

を用いると次の結果を得る。これを  $z$  を用いると結局

$$A(z) \cdot A(z') = :A(z) \cdot A(z'):= + \underset{z_0}{\leq}\tilde{\sigma}|A(z) \cdot A(z')|0\rangle_{z_0}$$

$$= :A(z) \cdot A(z'):= + \frac{d}{(z-z')^2} \quad (4-2-16)$$

$$C(z) \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') = :C(z) \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z'):= + C(z) \underset{z_0}{\leq}\tilde{\sigma} \left| \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') \right| 0 \rangle_{z_0}$$

$$- \frac{dC(z)}{dz} \underset{z_0}{\leq}\tilde{\sigma} |C(z) \bar{C}(z')| 0 \rangle_{z_0}$$

$$= :C(z) \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z'):= + \frac{1}{(z-z')^2} C(z) - \frac{1}{z'-z} \frac{dC(z)}{dz} \quad (4-2-17)$$

とわかる。(4-2-2) は。

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(2,3)\rangle^P &= \left[ \frac{1}{2} \oint_{C_2} \frac{dz}{2\pi i} \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ \circ C(z) \left( -\left( \frac{dz'}{dz} \right) A(z) \cdot A(z') \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + 2 \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{dC(z)}{dz} \bar{C}(z') \right) \circ \right. \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{dz'}{dz} \right) \frac{d}{(z-z')^2} C(z) + \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{2}{(z-z')^2} C(z) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{2}{z-z} \frac{dC(z)}{dz} - \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{d-2}{\delta^2} C(z) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^3 \left( \alpha(0) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(2,3)\rangle^P \quad (4-2-18) \end{aligned}$$

と書き直される。と=3が、vertex  $|V(2,3)\rangle^P$  は、(4-3), (4-2-10) より

真空の性質 (4-2-12) を満たして 113 ので、(4-2-18) のうち、normal ordering

の部分は、vertex に かかるとゼロとなる。更に、残りの部分は、Appendix D

で示すように、経路積分を評価する二とに おて 計算するがでして、最終的に、

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^3 Q_B^{(r)} |V(2,3)\rangle^P &= \left[ \frac{d-26}{8} (C'(z_0) + \frac{b}{a} C(z_0)) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^3 \left( \alpha(0) - \frac{(d-2)}{24} \right) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\sigma_r}{2\pi} C^{(r)}(\sigma_r) \right] |V(2,3)\rangle^P \quad (4-2-19) \end{aligned}$$

という表示を得る。これから、後、 $d=26$ ,  $\alpha(0)=1$  のとき vertex  $|V(2,3)\rangle^P$

は BRN 不変性の条件を満たす。

## 第5章 結論

この論文では、conformal field theory を利用して、弦の場の理論を構成する新しい処法を与えた。この処法は、主に弦の場の理論を構成する際に、最も重要である 3 弦の相互作用を表わす BRST 不変な vertex を与える方法から成っている。この処法によると、BRST 不変な

vertex は、次の 2 つの段階を経て構成される。まず最初に、conformal field theory と 12 の ghost 系  $C(z), \bar{C}(z)$  の 2 点相関関数を利用すること

により、接続条件を満たす vertex を任意の描像の真空の上に構成することができる。次に、こうして作られた vertex に、相互作用点での描像が

conformal な描像と一致するように、描像変換演算子を作用させる

ことにより、BRST 不変な vertex が得られる。また、このようにして

構成された BRST 不変な vertex を利用して、弦の場の理論の自由項を構成する処法についても、同時に考察された。

このような処法で与えられた vertex が実際に BRST 不変性の条件を満たすことは、2 つの独立な方法を用いて証明された。

1 つの証明法は、BRST 不変な vertex を、通常の真空から Bogoliubov 変換

することにより得られる真空であるとみなすことができる。という事実

基ついたもので、この際、様々な描像の上に構成された見かけ上異なる vertex は、実は全く同じ vertex であることが証明された。また、もう一つの証明法、改善された経路積分を用いる方法では、HIKKO の証明にかゝり、おかしな点であった、切込に対する条件  $\alpha(0)=1$  が、正しく導き出されることを示された。

最後に、今後に残された課題と問題点について簡単に議論しておくことにする。まず、場の理論の構成法としての立場からの問題点としては、3-1 節で述べたように、この論文で与えた処法からは、弦の場の理論のゲージ不変性は結合定数  $g$  の展開で  $O(g)$  までしか保証されない。  $O(g^2)$  以上のゲージ不変性を議論するには、また別の考察が必要となる。実際、HIKKO 型の場の理論にかゝり  $O(g^2)$  のゲージ不変性の考察から更に 4 弦の相互作用項が必要であることが導かれることが知られている。<sup>6)</sup> 従って弦の場の理論の構成法として、閉じた処法を与えるためには、  $O(g^2)$  以上のゲージ不変性について考察する枠組を与える必要がある。<sup>\*)</sup> また、この論文で取り扱ったような ghost の <sup>\*)</sup> どのような枠組としては、我々と独立に、同様の方法を議論した参考文献 25) の中で与えられている方法がある。

真空についての描像という概念は、本来 超弦の理論において、本質的となるものである。このことから、ここで与えた処法は、超弦の場の理論を構成する際に、より強力な威力を発揮するものと思われる。従って、この処法を用いて、超弦の場の理論を構成することは、残された興味ある課題の一つである\*1)

また、conformal field theory と弦の場の理論との関係を明らかにするという立場からは、この論文で、tree の 3 点振幅の場合に限って与えられたような議論を tree の  $N$  点振幅\*\*1)、更には loop 振幅にまで、拡張する必要がある。これにより、弦の理論の散乱振幅は、より簡単に計算できると期待される。また、Universal Grassmann 多様体の理論<sup>28)</sup>等との関係が明らかになれば、両者をうまく利用することは、弦の理論の非摂動論的側面が明らかになるかもしれない。

\*1) 以上については、松本-彦氏において、Witten 型の相互作用を持つ超弦の場の理論が構成されている。<sup>26)</sup>

\*\*1) tree の  $N$  点振幅については、参考文献 25, 28) において議論されている。

## 謝 辞

九後 浩一郎 氏 に対し、常日頃から staff として、又 共同研究者として  
様々な御指導と御援助を頂きましたことを、心から感謝致します。

畑 浩之 氏、伊藤 克美 氏、小川 格 氏、末広 一彦 氏 に対し 共同研究を通し、

議論して頂いた事、あるいはそれ以外にありて多くの援助を頂きました事を

深く感謝致します。特に、九後 氏、末広 氏 に対しては、共同研究の結果を

学位申請論文に使用することをお諾り下さった事に感謝致します。

最後に、田中 先生、町田 先生、板東 氏、河本 氏、ほか 素粒子論研究室の

皆様にも、長期に渡り御指導、御鞭撻を頂きました事を感謝致します。



## Appendix A. 開弦の理論と conformal field theory.

開弦が時間発展してできる世界面は、図A-1で表わされる。この面は、

第2章で述べた、閉弦の場合と同様にして、2次元のパラメータ空間  $(\xi^1, \xi^2)$

$[-\infty \leq \xi^1 \leq \infty, 0 \leq \xi^2 \leq \pi]$  から  $d$ -次元空間  $X^\mu(\xi)$  への写像により表わされる。

但しこのとき閉弦と異なる点は、この世界面には空間方向 ( $\xi^2$  方向) に

境界  $\xi^2 = 0, \pi$  を持つことである。開弦の理論では、 $X^\mu(\xi)$  はこの

境界で、自由境界の条件

$$\left. \partial_{\xi^2} X^\mu(\xi) \right|_{\xi^2=0 \text{ or } \pi} = 0 \quad (\text{A-1})$$

を満たすものとする。また、2次元の計量  $g_{ab}(\xi)$  は、境界条件

$$\left. g_{12}(\xi) \right|_{\xi^2=0, \pi} = 0 \quad (\text{A-2})$$

を満たすものとする。この境界条件は、conformal ゲージ (2-1-2) では、自明に

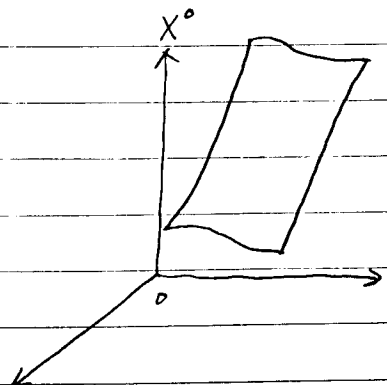
満たされているので、開弦の理論においても、

conformal 不変性 (2-1-9) が存在する。

ただし、このとき以下で見るように、この

conformal 不変性は開弦の場合と

比べて、半分の自由度しか持たない。



図A-1. 開弦の世界面。

次に開弦理論の ghost 系について考える。ghost 系の作用は、閉弦の場合と同じ

$$S = \frac{1}{\pi} \int d^2\zeta [\bar{C}_+ \partial_{\bar{\rho}} C_+ + \bar{C}_- \partial_{\rho} C_-] \quad (A-3)$$

が与えられる。但し、 $C_{\pm}, \bar{C}_{\pm}$  は境界条件

$$\left. \begin{aligned} C_+ &= C_- \\ \bar{C}_+ &= \bar{C}_- \end{aligned} \right\} \text{ at } \zeta^2 = 0, \pi \quad (A-4)$$

を満たさなければならぬ。  $\zeta = 3\pi/4 \Rightarrow \zeta^2 = 2\pi$ 。

$$\tilde{\rho} = \begin{cases} \rho = \zeta^1 + i\zeta^2 & (0 \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq \pi \text{ のとき}) \\ \bar{\rho} = \zeta^1 - i\zeta^2 & (-\pi \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (A-5)$$

に従って変数  $\rho$  を導入し、

$$C(\tilde{\rho}) = \begin{cases} C_+(\rho) & (0 \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq \pi \text{ のとき}) \\ C_-(\bar{\rho}) & (-\pi \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (A-6)$$

$$\bar{C}(\tilde{\rho}) = \begin{cases} \bar{C}_+(\rho) & (0 \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq \pi \text{ のとき}) \\ \bar{C}_-(\bar{\rho}) & (-\pi \leq \text{Im} \tilde{\rho} \leq 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (A-7)$$

に従って、 $C(\tilde{\rho}), \bar{C}(\tilde{\rho})$  を定義しやると、これは、閉弦の場合と同じ領域

(図 2 参照) で定義された、周期的な関数となり、閉弦の場合の  $C_+, \bar{C}_+$  と

全く同じ性質を満たす。即ち、2-3 節で述べた ghost 系の conformal

field theory のうちの解析的な部分 ( $\phi(z), \bar{\phi}(z)$ ) のみを取ったものが、開弦の理論における ghost 系の conformal field theory となる。

また、 $\alpha$  とし、 $X^\mu$  の微分から定義される  $A_\pm^\mu(\sigma)$  (3-11) に同じく同様にして、

$$A^\mu(\tilde{\sigma}) = \begin{cases} A_+^\mu(\sigma) & 0 \leq \tilde{\sigma} \leq \pi \\ A_-^\mu(\sigma) & -\pi \leq \tilde{\sigma} \leq 0 \end{cases} \quad (A-8)$$

のように  $-\pi \leq \tilde{\sigma} \leq \pi$  の領域に拡張することができる。

$$A^\mu(p) = \left( \frac{dp}{d\tilde{\sigma}} \right)^{-1} A^\mu(\sigma_r - i\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{\alpha'} \sum_n \alpha_n^\mu e^{in\tilde{\sigma}_r} \quad (A-9)$$

$$A^\mu(z) = \left( \frac{dp}{dz} \right) A^\mu(p)$$

を定義することができる。

## Appendix B. $X^n$ 座標に対する Neumann 関数

$X$ -座標の vertex  $|V_X(123)\rangle$  に用いられる 123 係数  $\bar{N}_{nm}^{rs}$  は次のフーリエ

展開で定義される。

$$\begin{aligned} N_X(p(z), p(\tilde{z})) &= \ln|z - \tilde{z}| + \ln|z - \tilde{z}^*| \\ &= -\delta_{rs} \left[ \sum_{n \geq 1} \frac{z}{n} e^{-n(\xi_r - \tilde{\xi}_s)} \cos(n\sigma_r) \cos(n\tilde{\sigma}_s) - 2 \max(\xi_r, \tilde{\xi}_s) \right] \\ &\quad + 2 \sum_{n, m \geq 0} \bar{N}_{nm}^{rs} e^{n\xi_r + m\tilde{\xi}_s} \cos(n\sigma_r) \cos(m\tilde{\sigma}_s) \end{aligned} \quad (B-1)$$

であり、各フーリエ係数は、

$$\bar{N}_{00}^{rs} = \begin{cases} \ln|z_r - \tilde{z}_s| & (r \neq s) \\ -\sum_{i \neq r} \frac{a_i}{\alpha_r} \ln|z_r - \tilde{z}_i| + \frac{1}{\alpha_r} \tau_0^{(r)} & (r = s) \end{cases} \quad (B-2)$$

$$\bar{N}_{n0}^{rs} = \bar{N}_{0n}^{sr} = \frac{1}{n} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} e^{-n\xi_r(z)} \frac{1}{z - \tilde{z}_s} \quad n \neq 0 \quad (B-3)$$

$$\bar{N}_{nm}^{rs} = \frac{1}{nm} \oint_{z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{\tilde{z}_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\xi_r(z) - m\tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{(z - \tilde{z})^2} \quad nm \neq 0 \quad (B-4)$$

$z^*$  と  $\tilde{z}$  とされる。<sup>6)</sup>

Appendix C. HIKKO の vertex との 同値性.

⇒ Appendix 2"17. 我々の構成法により作られた vertex (3-3-5) と  
HIKKO の vertex (3-3-10) が等しいことを示すために必要な式

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{cnm}^{rs} = -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \quad n \neq 0 \quad (3-3-13) \\ N_{com}^{rs} = -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \tilde{N}_{om}^{rs} \quad (3-3-14) \end{array} \right.$$

を証明する。

まず  $N_{cnm}^{rs}$  の積分表示 (3-2-39) より  $n \neq 0$  のとき

$$\begin{aligned} N_{cnm}^{rs} &= \frac{\alpha_s}{\alpha_r^2} \oint_{\gamma_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{\gamma_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{z - \tilde{z}} \left( \frac{dp}{dz} \right) \frac{z - z_0}{\tilde{z} - z_0} \\ &= \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \frac{1}{n} \oint_{\gamma_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{\gamma_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left( \frac{1}{z - \tilde{z}} \frac{z - z_0}{\tilde{z} - z_0} \right) \\ &= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} \frac{1}{n} \oint_{\gamma_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{\gamma_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-n\zeta_r(z) - m\tilde{\zeta}_s(\tilde{z})} \frac{1}{(z - \tilde{z})^2} \quad (C-1) \\ &= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{nm}^{rs} \end{aligned}$$

とすると (3-3-13) が成り立つことがわかる。但し  $n=2$  の場合弦の領域で

あるとき

$$\frac{dp}{dz} = \alpha_r \frac{d\zeta_r}{dz} \quad (C-2)$$

2"ありとを用いて部分積分を実行し、最後に  $\bar{N}_{nm}^{rs}$  の積分表式 (B-4) を用いた。

次に、(3-3-14) が成り立つことを示す。左辺は  $\tilde{N}_{0m}^{rs}$  に対し、(3-3-12) の表式を用いて、2"ではなく、HIKKO の式を用いて表す。

$$\begin{aligned} -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \tilde{N}_{0m}^{rs} &= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} \left\{ \delta^{rs} \cos(m \sigma_I^{(r)}) - \sum_{n \neq 1} m \bar{N}_{nm}^{rs} \cos(n \sigma_I^{(r)}) \right\} \\ &= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{0m}^{rs} + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \left\{ -\delta^{rs} \cos(m \sigma_I^{(r)}) + \sum_{n \neq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} \cos(n \sigma_I^{(r)}) \right\} \end{aligned} \quad (C-3)$$

を用いて、 $\alpha$  が都合がよい。但し、 $\sigma_I^{(r)}$  は弦  $r$  の固有座標で、計、 $t$  相互作用

点の座標で、例えば  $\alpha_1, \alpha_2 > 0, \alpha_3 < 0$  (図) の場合、 $r=1, 2, 3$  に対し、 $\alpha$

は  $\sigma_I^{(r)} = \pm\pi, 0, \pm\pi\alpha_2/\alpha_3$  である。

再び、 $N_{cnm}^{rs}$  の積分表式 (3-2-39) を用いて、 $n=0$  のとき、

$$\begin{aligned} N_{c0m}^{rs} &= \frac{\alpha_s}{\alpha_r^2} \oint_{Z_r} \frac{dz}{2\pi i} \oint_{Z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{z-\tilde{z}} \left( \frac{dp}{dz} \right) \frac{z-z_0}{\tilde{z}-z_0} \\ &= \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \oint_{Z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{Z_r-\tilde{z}} \frac{Z_r-z_0}{\tilde{z}-z_0} \\ &= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} \oint_{Z_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \left( \frac{1}{\tilde{z}-Z_r} - \frac{1}{\tilde{z}-z_0} \right) \end{aligned}$$

$$= -\frac{\alpha_s}{\alpha_r} m \bar{N}_{0m}^{rs} + \frac{\alpha_s}{\alpha_r} \oint_{\tilde{z}_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{\tilde{z} - z_0} \quad (C-4)$$

となる。但し  $z = z_0$  の積分をやる際、

$$\frac{d\rho}{dz} = \sum_{s=1}^3 \frac{\alpha_s}{z - \tilde{z}_s} \quad (C-5)$$

を用いた。(C-3) と (C-4) を比較すると、(3-3-14) を示すには、結局  $m \neq 0$  に対し

$$-\delta_{rs} \cos(m \sigma_I^{(r)}) + \sum_{n \neq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} \cos(n \sigma_I^{(r)}) = \oint_{\tilde{z}_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{\tilde{z} - z_0} \quad (C-6)$$

を示せば良いことになる。参考文献 23) の (3.40) (3.42) 式より、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_s} \left[ \theta(\tilde{z}_s - \tilde{z}_r) \left( \sum_{n \neq 1} e^{n(\tilde{\xi}_r - \tilde{\xi}_s)} + 1 \right) - \theta(\tilde{z}_r - \tilde{z}_s) \sum_{n \neq 1} e^{n(\tilde{\xi}_s - \tilde{\xi}_r)} \right] \delta_{rs} \\ + \sum_{n, m \neq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} e^{n \tilde{\xi}_r + m \tilde{\xi}_s} \Big] = - \left( \frac{d\tilde{\rho}(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-1} \frac{1}{\tilde{z} - \tilde{z}_0} \quad (C-7) \end{aligned}$$

$z_0$  があるとはかたがたから、 $z \rightarrow z_0$  ( $\tilde{z}_r \rightarrow i\sigma_I^{(r)}$ ) の極限をとると、

$$-\delta_{rs} \sum_{n \neq 1} e^{n \tilde{\xi}_s - i n \sigma_I^{(r)}} + \sum_{n, m \neq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} e^{m \tilde{\xi}_s + i n \sigma_I^{(r)}} = \left( \frac{d\tilde{\xi}_s(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \right)^{-1} \frac{1}{\tilde{z} - z_0} \quad (C-8)$$

となる。この式の両辺を  $\tilde{\xi}_s$  について変換すれば

$$-\delta_{rs} e^{-i m \sigma_I^{(r)}} + \sum_{n \neq 0} m \bar{N}_{nm}^{rs} e^{i n \sigma_I^{(r)}} = \oint_{\tilde{z}_s} \frac{d\tilde{z}}{2\pi i} e^{-m \tilde{\xi}_s(\tilde{z})} \frac{1}{\tilde{z} - z_0} \quad (C-9)$$

最後に、 $\tilde{z}_s, z_0$  は実数であるから、右辺の積分は実数であることを用いて

両辺の実数部分をとると、(C-6) が得られる。従って (3-3-14) が示された。

## Appendix D. 経路積分の評価.

=9 Appendix 2" は, 式 (4-2-18) に現れる積分

$$\oint_{C_z} \frac{dz}{4\pi i} \left[ - \left( \frac{dz'}{dz} \right) \frac{d}{(z'-z)^2} C(z) + \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{z}{(z'-z)^2} C(z) - \left( \frac{dz'}{dz} \right)^2 \frac{z}{z'-z} \frac{dC(z)}{dz} - \left( \frac{d\rho}{dz} \right)^2 \frac{(d-2)}{\delta^2} C(z) \right] |V(1,2,3)\rangle \quad (D-1)$$

を評価する。

まず, 文献 6) で与えられた公式のうち, 必要なものを挙げておく。

まず  $P(z)$  を  $z_0$  のまわりに展開すると

$$P(z_0) - P(z) = a(z-z_0)^2 + b(z-z_0)^3 + \dots \quad (D-2)$$

また,  $f \in \mathbb{C}$

$$f \equiv z' - z_0, \quad \epsilon \equiv z - z_0 \quad (D-3)$$

で定義して,  $f$  を  $\delta r$  の周りに展開

$$f = \epsilon + \sum_{n=1}^{\infty} f_n(\epsilon) \delta^n \quad (D-4)$$

した係数  $f_n$  に注意。

$$\frac{1}{f_1} = 2\epsilon + \frac{3b}{a}\epsilon^2 + O(\epsilon^3) \quad (D-5)$$

$$\frac{f_2}{f_1^2} = -\frac{1}{2\epsilon} - \frac{3b}{4a} + O(\epsilon) \quad (D-6)$$

$$\frac{f_3}{f_1^3} = \frac{1}{2\epsilon^2} + \frac{b}{a}\frac{1}{\epsilon} + O(1) \quad (D-7)$$

が成り立つ。



(D-2~7)を用いると.

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz'}{dz}\right) \frac{1}{(z'-z)^2} &= \left(1 + \sum_{n \geq 1} \frac{df_n}{d\epsilon} \delta^n\right) \left(\sum_{n \geq 1} f_n \delta^n\right)^{-2} \\ &= \frac{1}{\delta^2} O(\epsilon^2) + \frac{1}{\delta} O(1) + \frac{1}{4\epsilon^2} + \frac{b}{4a} \frac{1}{\epsilon} + O(1, \delta) \end{aligned} \quad (D-8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz'}{dz}\right)^2 \frac{1}{(z'-z)^2} &= \left(1 + \sum_{n \geq 1} \frac{df_n}{d\epsilon} \delta^n\right)^2 \left(\sum_{n \geq 1} f_n \delta^n\right)^{-2} \\ &= \frac{1}{\delta^2} O(\epsilon^2) + \frac{1}{\delta} O(1) + \frac{7}{4} \frac{1}{\epsilon^2} + \frac{13b}{4a} \frac{1}{\epsilon} + O(1, \delta) \end{aligned} \quad (D-9)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz'}{dz}\right)^2 \frac{1}{z'-z} &= \left(1 + \sum_{n \geq 1} \frac{df_n}{d\epsilon} \delta^n\right)^2 \left(\sum_{n \geq 1} f_n \delta^n\right)^{-1} \\ &= \frac{1}{\delta} O(\epsilon) - \frac{3}{2\epsilon} + O(1, \delta) \end{aligned} \quad (D-10)$$

となる。但し、 $\Rightarrow$   $O(1, \delta)$  は  $\epsilon$  に  $\propto$   $O(1)$ 、 $\delta$  に  $\propto$   $O(\delta)$  を表わす

ものとする。これを表式 (D-1) に代入して、積分を評価すれば"良い"が?

あるが、我々は、そもそも normal ordering で定義された表式 (4-2-1)

から出発したの? あるから、被積分関数は全体として  $\delta \rightarrow 0$  の極限で

regular なはずである。 $\Leftarrow$   $\delta \rightarrow 0$  で発散する項は全体で"相殺

するはず"であるから、これを忘れて、 $\delta \rightarrow 0$  の極限を先に取ったとすると

結局 (D-1) は、

$$\oint_{C_z} \frac{dz}{4\pi i} \left[ -d \left( \frac{1}{4(z-z_0)^2} + \frac{b}{4a} \frac{1}{z-z_0} \right) \dot{C}(z) + 2 \left( \frac{7}{4} \frac{1}{(z-z_0)^2} + \frac{13b}{4a} \frac{1}{z-z_0} \right) \dot{C}(z) \right. \\ \left. - 2 \left( -\frac{3}{z(z-z_0)} \right) \frac{d\dot{C}(z)}{dz} \right] |V(123)\rangle^P$$

$$= \oint_{C_z} \frac{dz}{4\pi i} \left[ -\frac{(d-14)}{4} \frac{1}{(z-z_0)^2} \dot{C}(z) - \frac{b}{4a} (d-26) \frac{1}{(z-z_0)} \dot{C}(z) \right. \\ \left. + 3 \frac{1}{(z-z_0)} \frac{d\dot{C}(z)}{dz} \right] |V(123)\rangle^P \quad (D-11)$$

となる。ここで  $\dot{C}(z)$ ,  $\frac{d\dot{C}}{dz}$  は  $z=z_0$  で正則な演算子であるから、これは通常9

コーシー積分で評価でき、最終的に、

$$\frac{(d-26)}{8} \left[ \dot{C}(z_0) + \frac{b}{a} \dot{C}'(z_0) \right] |V(123)\rangle^P \quad (D-12)$$

となる。

参考文献

1) Superstring Theory, M.B. Green, J.H. Schwarz and E. Witten (Cambridge Univ. Press, 1987).

2) A.M. Polyakov, Phys. Lett. 103B (1981), 207; 211.

3) A.A. Belavin, A.M. Polyakov and A.B. Zamolodchikov, Nucl. Phys. B241 (1984), 333.

4) D. Friedan, E. Martinec and S. Shenker, Nucl. Phys. B271 (1986), 93.

5) M. Kaku and K. Kikkawa, Phys. Rev. D10 (1974), 1110; 1823.

6) H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, Phys. Rev. D34 (1986), 2360;  
D35 (1986), 1318; 1356.

国友 浩, 昭和60年度, 京都大学 修士学位論文,

小川 格, 昭和61年度, 京都大学 博士学位論文.

7) E. Witten, Nucl. Phys. B268 (1986), 253.

8) H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, Phys. Lett. 175B (1986), 138.

9) H. Kunitomo and K. Suehiro, Nucl. Phys. B289 (1987), 157.

10) T. Kugo, H. Kunitomo and K. Suehiro, Prog. Theor. Phys. 78 (1987), 923.

11) L. Brink, P. Di Vecchia and P. Howe, Phys. Lett. 65B (1976), 471.

12) P. Goddard and C. B. Thorn, Phys. Lett. 40B(1972), 2; 235;

P. Goddard, J. Goldstone, C. Rebbi and C. B. Thorn, Nucl. Phys. B56 (1973), 109.

13) H. Kato and K. Ogawa, Nucl. Phys. B212 (1983), 443.

14) M. A. Virasoro, Phys. Rev. D1 (1970), 2933;

L. N. Chang and J. Mansouri, Phys. Rev. D5 (1972), 2535.

15) J. Schwinger, Phys. Rev. Lett. 3 (1959), 296.

16) W. Siegel, Phys. Lett. 149B (1984), 157; 162; 151B (1985), 391; 396.

17) W. Siegel and B. Zwiebach, Nucl. Phys. B263 (1986), 105;

T. Banks and E. Pestin, Nucl. Phys. B264 (1986), 513;

K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and H. Oguri, Prog. Theor. Phys. 75 (1986), 162.

18) A. Neveu, H. Nicolai and P. C. West, Phys. Lett. 167B (1986), 397.

19) T. Kugo and I. Ojima, Prog. Theor. Phys. Suppl. 66 (1979), 1.

20) S. Mandelstam, Nucl. Phys. B64 (1973), 205; B69 (1974), 77; B83 (1974), 1823.

21) Z. Koba and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B12 (1969), 517.

22) A. Hosoya and H. Itoyama, Fermilab-PUB-87-111, July 1987.

23) H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, Phys. Rev. D34 (1986) 2360.

24) 参考文献 17) 18) 又) 及びこれらに引かれている参考文献

25) A. LeClair, M.E. Peskin and C.R. Preitschopf, SLAC-PUB-4306,  
4307, 4464 (1988).

26) K. Suehiro, Nucl. Phys. B296 (1988), 333; Prog. Theor. Phys. 78 (1987), 1151.

27) S. Samuel, CCNY-HEP-88/2 (1988).

28) N. Ishibashi, Y. Matsuo and H. Ooguri, Mod. Phys. Lett. A2 (1987), 119.

L. Alvarez Gaumé, C. Gomez, G. Moore and C. Vafa, Nucl. Phys. B303 (1988), 455.